

Skript zum Leistungsfach Physik

ausgearbeitet von
Karsten Paulokat
Stand vom 28. März 2025

Vorwort

Hier kommt dann mal ein kleines Vorwort hin.

Inhaltsverzeichnis

I. Gravitationslehre	1
II. Elektrizitätslehre	2
II.1. Das elektrische Feld	2
II.1.1. Die elektrische Feldstärke	2
II.1.2. Visualisierung über Feldlinien	2
II.1.2.1. Feldlinien	2
II.1.2.2. Weshalb stehen Feldlinien immer senkrecht auf Metalloberflächen?	5
II.1.2.3. Elektrische Abschirmung und der Faradaysche Käfig	5
II.2. Das Coulombgesetz	6
II.2.1. Die Coulombkraft	6
II.2.2. Größenordnung der Coulombkraft	7
II.2.3. Mehrere Ladungen*	8
II.3. Der Kondensator	9
II.3.1. Der Plattenkondensator	9
II.3.2. Die elektrische Feldstärke im Kondensator	10
II.3.3. Das elektrische Potential	10
II.3.4. Die Kapazität	12
II.3.5. Das Dielektrikum	12
II.3.5.1. Einfluss des Dielektrikums auf die Kapazität C	13
II.3.6. Die Flächenladungsdichte	14
II.3.6.1. Zusammenhang zur elektrischen Feldstärke E	15
II.3.6.2. Herleitung des Proportionalitätsfaktors aus dem Coulombschen Gesetz*	15
II.3.7. Auf- und Entladevorgang im Kondensator	17
II.3.7.1. Aufladevorgang	17
II.3.7.2. Entladevorgang	20
II.3.7.3. Dauer der Auf-/Entladung*	21
II.3.8. Kondensatoren in Parallel- und Reihenschaltungen*	22
II.3.8.1. Parallelschaltung	22
II.3.8.2. Reihenschaltung	23
II.4. Energiebetrachtungen	24
II.4.1. Energie eines geladenen Teilchens im homogenen E-Feld	24
II.4.2. Energie im Kondensator	25
II.5. Teilchen im elektrischen Feld	27
II.5.1. Teilchen im Längsfeld	27
II.5.2. Teilchen im Querfeld	28
II.5.3. Die Braunsche Röhre	29
II.5.3.1. Der glühelektrische Effekt	29
III. Magnetismus	30
III.1. Das magnetische Feld	30
III.1.1. Visualisierung über Feldlinien	30
III.1.2. Elektromagnete	31
III.1.3. Die magnetische Flussdichte	33

III.2. Die Lorentzkraft	34
III.2.1. Herleitung der Lorentzkraft	36
III.2.2. Stromdurchflossener Leiter schräg im Magnetfeld	37
III.3. Der Hall-Effekt	38
III.3.1. Die Driftgeschwindigkeit*	39
III.4. Die magnetische Flussdichte einer langen Spule	41
III.5. Die magnetische Flussdichte eines Helmholtzspulenpaars*	42
III.6. Teilchen im homogenen magnetischen Feld	42
III.7. Teilchen im überlagerten E- und B-Feld	43
III.7.1. Das Wienfilter	43
III.7.2. Das Massenspektrometer	44
III.8. Teilchenbeschleuniger	45
IV. Elektromagnetische Induktion	46
IV.1. Induktion in einem Leiter	46
IV.2. Der magnetische Fluss	47
IV.3. Das Induktionsgesetz nach FARADAY	48
IV.3.1. Teil 1: Flächenänderung	48
IV.3.1.1. Herleitung: Teil 1	49
IV.3.1.2. Alternative Argumentation des Spannungsauftritts über die Lorentz- kraft	50
IV.3.2. Teil 2: Magnetfeldänderung	50
IV.3.3. Zusammenhang zum magnetischen Fluss	51
IV.4. Die LENZsche Regel	52
IV.4.1. Der THOMPSONSche Ringversuch	53
IV.4.2. Die Wirbelstrombremse	54
IV.5. Das finale Induktionsgesetz nach FARADAY	54
IV.5.1. Anwendung: Induktionskochherd	54
IV.5.2. Anwendung: Induktives Laden	54
IV.6. Selbstinduktion	55
IV.6.1. Selbstinduzierte Spannung in einer langen Spule	55
IV.6.2. Einschaltvorgang der langen Spule	57
IV.6.3. Ausschaltvorgang der langen Spule	57
IV.7. Übersicht über Induktionsformeln	58
V. Mechanische Schwingungen	59
V.1. Grundbegriffe	59
V.2. Harmonische Schwingungen	60
V.3. Das Federschwependel	61
VI. Mechanische Wellen	62
VI.1. Grundbegriffe	62
VI.2. Ausbreitung mechanischer Wellen	62
VI.3. Die Wellengleichung	62
VI.4. Reflexion von Wellen	62
VI.5. Überlagerung von Wellen	62

VII. Weitere Experimente	63
VII.1 Das Michelson-Morley-Experiment	63
VII.1.1. Grundidee des Versuchs	63
VII.1.2. Der Versuch	65
VII.2 Der Millikan-Versuch	66
VII.2.1. Grundidee des Versuchs	66
VII.2.2. Genauere Betrachtung	66
VII.3 Der Rutherfordsche Streuversuch	70
VII.3.1. Das Experiment	70
VII.3.2. Das RUTHERFORDSCHE Atommodell	71
VII.4 Der Franck-Hertz-Versuch	72
VII.4.1. Grundidee des Versuchs	72
VII.4.2. Der Versuch	72
VII.4.3. Erklärung	73
VII.4.4. Ergebnis	74
VII.5 Das Debye-Scherrer Verfahren	75
VII.5.1. Grundidee des Versuchs	75
VII.5.2. Genauere Betrachtung	75
VII.6 Der Compton-Effekt	77
VII.6.1. Versuchsaufbau	77
VII.6.2. Beobachtung	77

I. Gravitationslehre

Vervollständige ich bei Gelegenheit

II. Elektrizitätslehre

II.1. Das elektrische Feld

II.1.1. Die elektrische Feldstärke

Wir definieren die *elektrische Feldstärke* E als

$$\begin{aligned}\text{Elektrische Feldstärke} &= \text{elektrische Kraft, die auf eine Probeladung } q \text{ wirkt} \\ &= \frac{\text{elektrische Feldkraft } F_{el}}{\text{Probeladung } q}\end{aligned}$$

Also:

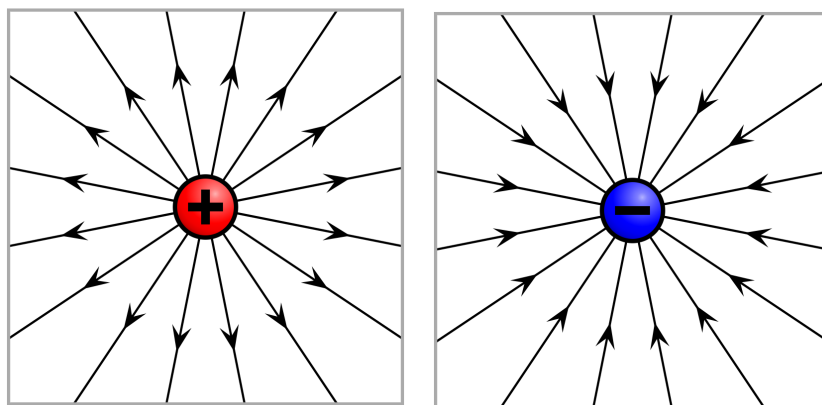
$$E = \frac{F_{el}}{q}$$

Beachte: Die *elektrische Feldstärke* ist ein Vektor mit Richtung und Betrag. Die Richtung wird über Feldlinien dargestellt. Es handelt sich also um ein *Vektorfeld*. Uns interessiert aber im Regelfall nur der Betrag des Vektors, weshalb im Folgenden auf die Vektorschreibweise (Pfeil) verzichtet wird.

II.1.2. Visualisierung über Feldlinien

II.1.2.1. Feldlinien

Das elektrische Feld lässt sich - wie auch andere Felder - über Feldlinien visualisieren. Elektrische Feldlinien verlaufen vom **Pluspol** zum **Minuspol**:



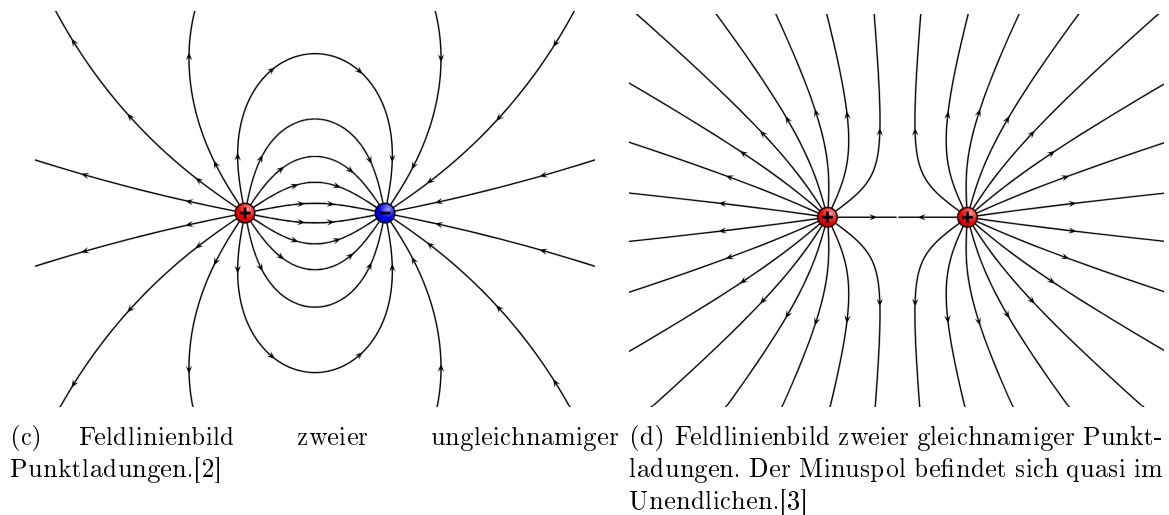
(a) Feldlinienbild einer positiven Ladung.[1] (b) Feldlinienbild einer negativen Ladung.[1]

Dabei ist zu beachten, dass es sich bei dem Feldlinienkonzept um eine rein theoretische Visualisierung der elektrischen Feldstärke handelt, es also in Wirklichkeit keine dünnen Fäden oder Ähnliches gibt, die Ladungen verbinden.

Für **elektrische** Feldlinien gelten folgende Regeln:

1. Sie beginnen bei Plus und enden bei Minus.
2. Sie stehen senkrecht auf der jeweiligen Oberfläche.
3. Sie schneiden sich niemals und laufen auch nicht zusammen.
4. Je dichter die Feldlinien, desto stärker die Elektrische Feldstärke E an diesem Ort.

Entsprechend sehen die Feldlinienbilder für zwei Punktladungen wie folgt aus:



In der Physik sind oftmals **homogene Felder** interessant. Zur Erinnerung: In einem **homogenen Feld** verlaufen die Feldlinien parallel, was zur Folge hat, dass die Kraftwirkung auf einen Probekörper in diesem Feld überall gleich groß ist (also unabhängig von dessen Position). Ein solches **homogenes elektrisches Feld** erhält man beispielsweise, indem man zwei unterschiedlich geladene Metallplatten parallel gegenüberstellt:

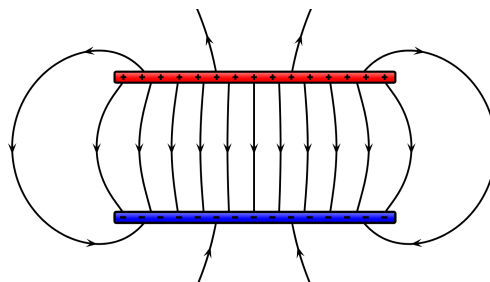
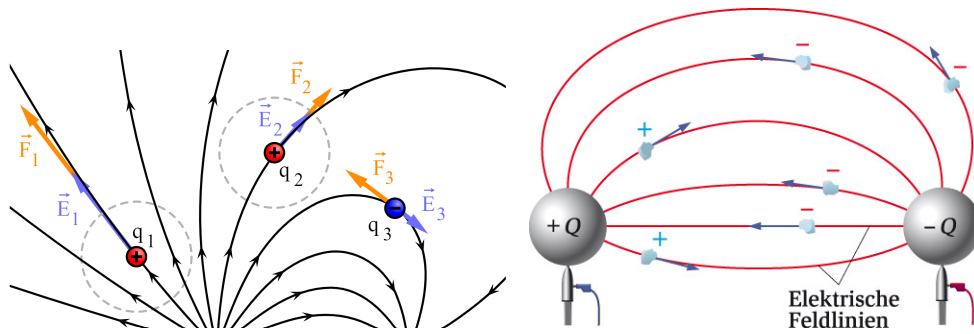


Abbildung 1: Feldlinienbild zweier unterschiedlich geladener, paralleler Metallplatten. Im Inneren entsteht ein annähernd **homogenes elektrisches Feld**. [4]

Elektrisch geladene Teilchen erfahren in elektrischen Feldern die Kraft F_{el} . Sind diese Teilchen innerhalb des Feldes ortsfest, d.h. sie können sich nicht frei bewegen, so richten sie sich entlang der Feldlinien aus (Vgl. Grieskörnersversuch, wobei ein Grieskörnchen nicht unbedingt geladen sein muss. Es genügt, dass sie polarisiert werden).

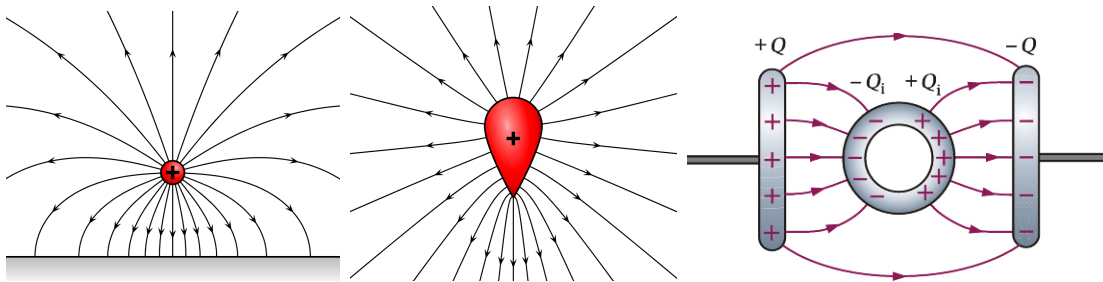
Können sich die Teilchen hingegen frei bewegen, so erfahren sie eine Beschleunigung wegen $F_{el} = ma$ (**Grundgleichung der Mechanik**). Die Bewegungsrichtung der Teilchen (d.h. die Beschleunigungsrichtung) ist dabei abhängig von deren Ladungsart:



(a) Positive Ladungen (z.B. Protonen) bewegen sich entlang der Feldlinien, negative Ladungen (z.B. Elektronen) bewegen sich entgegengesetzt zu den Feldlinien. Die Abbildung zeigt neben der Kraftwirkung auch die Stärke und Richtung des elektrischen Feldes E . [5]

(b) Wenn einzelne Teilchen eine Kraft erfahren, so erfahren auch größere geladene Körper entsprechend als Summe der einzelnen Kräfte auf die Teilchen ein. [6]

Die folgenden Abbildungen zeigen weitere, interessante Feldlinienbilder:



(c) Eine Punktladung vor einer Metallplatte: Die freien Elektronen in der Metallplatte werden durch die Punktladung verschoben, weshalb die Metalloberfläche im Vergleich zur Punktladung negativ geladen ist. [7]

(d) Je spitzer die Oberfläche, desto dichter verlaufen die Feldlinien. Dementsprechend ist dort die elektrische Feldstärke E besonders hoch. Dieses Prinzip wird bei Blitzableitern genutzt. [8]

(e) Das Innere eines Leiterkabels ist aufgrund von Influenzeffekten feldfrei (Siehe II.1.2.3: Elektrische Feldstärke E bei Faradayscher Käfig). [9]

II.1.2.2. Weshalb stehen Feldlinien immer senkrecht auf Metalloberflächen?

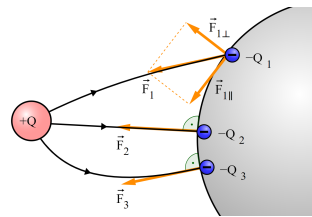


Abbildung 2: Feldlinien auf Ladungen in einem metallischen Leiter. [10]

In einem elektrischen Leiter befinden sich Elektronen. Sei also nun ein solcher Leiter in der Nähe eines positiv geladenen Körpers.

Die Elektronen im Leiter erfahren daraufhin eine **elektrische Feldkraft** F_{Ges} in Richtung des positiv geladenen Körpers. Teilt man diese Kraft auf in die beiden Teilkomponenten $F_{senkrecht}$ ($F_{\perp}$) und $F_{parallel}$ ($F_{\parallel}$), so wird das Elektron über die parallele Komponente bewegt, solange bis diese 0 ist. Die senkrechte Komponente kann das Elektron nicht bewegen, da es sonst das Metall verlassen müsste. Während dieses Bewegungsvorgangs wird die senkrechte Komponente immer größer, bis sie schließlich maximal wird und das Elektron zur Ruhe kommt. Dann ist der statische Fall erreicht und die Feldlinien verlaufen senkrecht.

II.1.2.3. Elektrische Abschirmung und der Faradaysche Käfig

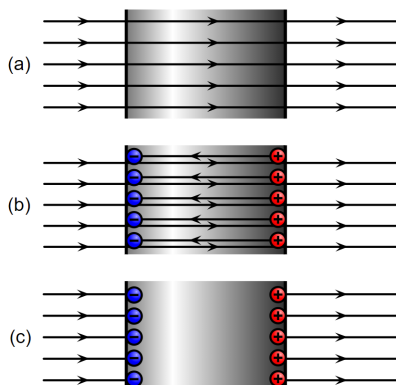


Abbildung 3: Leiter im elektrischen Feld.[11]

Wir betrachten einen elektrischen Leiter im Inneren eines elektrischen Feldes:

- Der Leiter (grau) befinde sich im Inneren des elektrischen Feldes, welches über die Feldlinien symbolisiert wird.
- Durch Influenz verschieben sich die freien Elektronen im Inneren des Leiters - es kommt zur Ladungstrennung.
- Das durch Influenz entstandene elektrische Feld im Inneren des Leiters ist dem Feld außerhalb entgegengesetzt und gleich groß. Die beiden Feldstärken heben sich also gegenseitig auf.
 $\Rightarrow$ Das Innere des Leiters ist feldfrei!

Befinden wir uns also im Inneren eines elektrischen Leiters, so sind wir von einem äußeren elektrischen Feld vollkommen abgeschirmt. Wird der Leiter geerdet, so sind wir sogar vor Blitzeinschlägen sicher, da die Blitzentladung über den Leiter in die Erde fließt. Eine solche Konstruktion heißt **FARADAYScher Käfig**.

II.2. Das Coulombgesetz

II.2.1. Die Coulombkraft

Bisher haben wir keine Möglichkeit, die Stärke der elektrischen Feldkraft F_{el} zu bestimmen - wir wissen nur, ob sie abstoßend oder anziehend wirkt.

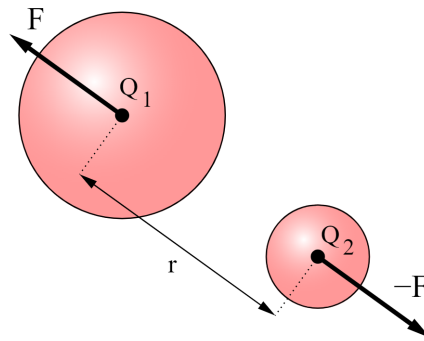


Abbildung 4: Kraftwirkung zweier unterschiedlich stark, aber gleichnamig geladener Körper. [12]

Um 1800 formulierte CHARLES-AUGUSTIN DE COULOMB eine Gesetzmäßigkeit, die es erlaubt, die Kraft zwischen zwei Ladungen zu bestimmen. Das nach ihm benannte Coulombgesetz lautet:

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

mit F_C = Coulombkraft (in N),

Q_1 / Q_2 = Ladung von Körper 1 und von Körper 2 (in C),

r = Abstand der beiden Ladungen (in m),

ϵ_0 = elektrische Feldkonstante oder auch Dielektrizitätskonstante

$$= 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

Anmerkung: Weshalb der Proportionalitätsfaktor $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ so speziell aussieht, wird hier weiter erläutert:

II.3.6.2: Herleitung des Proportionalitätsfaktors aus dem Coulombschen Gesetz.

II.2.2. Größenordnung der Coulombkraft

Im Folgenden wollen wir untersuchen, wie stark die Coulombkraft im Vergleich zur uns bereits bekannten Gravitationskraft ist. Dazu betrachten wir ganz allgemein das Verhältnis von F_C zu F_G :

$$\begin{aligned}\frac{F_C}{F_G} &= \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}}{G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}} \\ &= \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0 G \cdot (m_1 \cdot m_2)}\end{aligned}$$

Wir betrachten beispielhaft die Kraftwirkung zwischen einem Elektron und einem Proton. Beide Teilchen ziehen sich aufgrund der Gravitationskraft an, aber auch durch die Coulombkraft. Beide Teilchen tragen genau 1 Elementarladung $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$. Es ist:

$$\begin{aligned}m_e &= 9,1 \cdot 10^{-31}\text{kg} \\ m_p &= 1,67 \cdot 10^{-27}\text{kg}\end{aligned}$$

Für das Verhältnis der beiden Kräfte gilt für die beiden Teilchen dann:

$$\begin{aligned}\frac{F_C}{F_G} &= \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0 G \cdot (m_1 \cdot m_2)} \\ &= \frac{e \cdot e}{4\pi\epsilon_0 G \cdot (m_e \cdot m_p)} \\ &= \frac{1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}^2}{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \cdot (9,1 \cdot 10^{-31}\text{kg} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}\text{kg})} \\ &\approx 2,23 \cdot 10^{39}\end{aligned}$$

Die Coulombkraft ist also im Verhältnis zur Gravitationskraft um ein derart großes Vielfaches größer, dass man daraus schließen muss, dass die Gravitationskraft im Vergleich quasi keine Rolle spielt. Dementsprechend können wir diese in den folgenden Betrachtungen mit gutem Gewissen vernachlässigen.

II.2.3. Mehrere Ladungen*

Das Coulombgesetz beschreibt die Kraftwirkung zwischen zwei Ladungen Q_1 und Q_2 . Kommen mehrere Ladungen mit ins Spiel, so können wir die Gesamtkraft zwischen diesen Ladungen schrittweise bestimmen, indem wir Kräfte paarweise bestimmen. Am Beispiel von drei Kräften soll dies hier kurz erläutert werden:

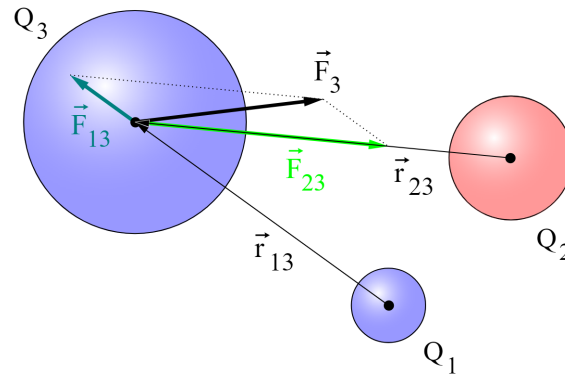


Abbildung 5: Kräftewirkung bei drei Körpern: Q_1 und Q_3 sind negativ, Q_2 positiv. [13]

Um die Gesamtkraft F_3 auf die Ladung Q_3 zu erhalten, bestimmt man zuerst mit Hilfe des COULOMBSchen Gesetzes die Kraft F_{13} , die zwischen Q_1 und Q_3 wirkt. Anschließend berechnet man die Kraft F_{23} , die zwischen Q_2 und Q_3 wirkt. Somit kann man dann über Kräfteaddition von F_{13} und F_{23} die Gesamtwirkung F_3 dieser Teilkräfte bestimmen. Bei mehreren Ladungen geht man entsprechend mit der Bestimmung der jeweiligen Teilkräfte vor.

II.3. Der Kondensator

II.3.1. Der Plattenkondensator

Stehen sich zwei unterschiedlich geladene Metallplatten parallel gegenüber, so entsteht ein charakteristisches Feldlinienbild: Das eines **homogenen elektrischen Feldes**.

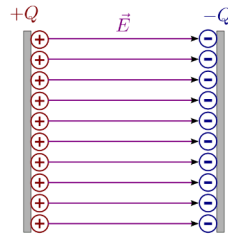


Abbildung 6: Zwei unterschiedlich geladene Metallplatten mit den Ladungen $+Q$ und $-Q$ stehen sich parallel gegenüber. Es entsteht ein **homogenes elektrisches Feld** der **Feldstärke $\vec{E}$** . [14]

Eine solche Anordnung nennt sich **Kondensator**. Um einen Kondensator technisch zu realisieren benötigt es nur zwei sich parallel gegenüberliegende Metallplatten und eine Spannungsquelle, an welche die jeweiligen Platten angeschlossen werden (eine Platte an den Pluspol, die andere an den Minuspol). Abb. 7 zeigt einen Demonstrationskondensator für schulische Zwecke und das eingezeichnete elektrische Feld:

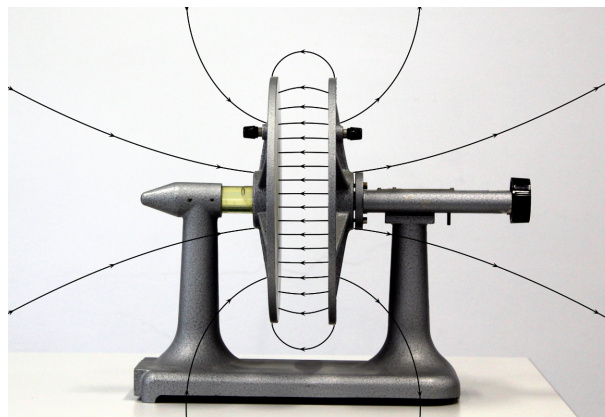


Abbildung 7: Ein Kondensator, wie er in Schulen häufig zum Einsatz kommt. Die linke Platte ist an einem Isolator befestigt (klares Bauteil), damit die Ladungen nicht von der Kondensatorplatte abfließen können. [15]

II.3.2. Die elektrische Feldstärke im Kondensator

Speziell im homogenen elektrischen Feld des Kondensators kann man die elektrische Feldstärke bereits mit Kenntnis der angelegten Spannung U und dem Plattenabstand d bestimmen:

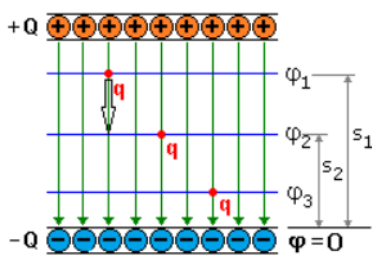
$$E = \frac{U}{d}$$

Die elektrische Feldstärke E skaliert also linear proportional mit der Spannung U , d.h. bei gleichmäßiger Erhöhung der Spannung wird auch die elektrische Feldstärke entsprechend gleichmäßig erhöht. Außerdem erkennt man: Je kleiner der Plattenabstand d , desto größer die elektrische Feldstärke E , sie skaliert also antiproportional zum Plattenabstand.

II.3.3. Das elektrische Potential

Am Beispiel des Feldes im Kondensator lässt sich gut das Prinzip des **elektrischen Potentials** φ (oder auch elektrisches Potenzial) erläutern:

Das Potential φ eines Punktes im elektrischen Feld ist definiert als diejenige **Spannung**, die der Punkt gegenüber einem zweiten, als **Nullpotential** φ_0 definierten Punkt besitzt. Die **Potentialdifferenz** $\Delta\varphi$ entspricht dann dieser Spannung.



Wir betrachten beispielhaft drei Punkte (symbolisiert durch Ladungen q) innerhalb des elektrischen Feldes. Das Nullpotential $\varphi_0 = 0$ liegt auf der negativ geladenen Platte.

Alle drei Punkte erhalten im Vergleich zum Nullpotential $\varphi_0 = 0$ einen höheren Wert des elektrischen Potentials, je weiter sie sich entfernt befinden: $\varphi_1 > \varphi_2 > \varphi_3$.

Abbildung 8: Das elektrische Potential φ . [16]

Bestimmt man die Potentialdifferenz, so erhält man die Spannung, die zwischen den jeweiligen Punkten und dem Nullpotential anliegt:

$$U = \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_0$$

Alle Punkte mit dem selben elektrischen Potential liegen auf sogenannten **Äquipotenziallinien** (in Abb. 8 die blauen Linien). Die Spannung zwischen zwei solchen Punkten beträgt dann 0. Im Spezialfall eines homogenen Feldes sind solche **Äquipotentiallinien** immer parallele Geraden. Im radialsymmetrischen Feld entsprechen die Äquipotenziallinien Kreisen um das Zentrum:

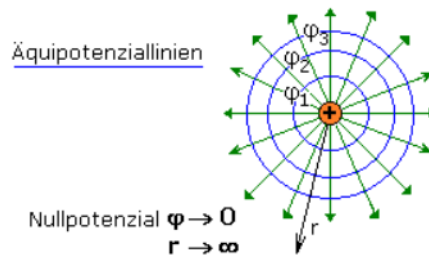


Abbildung 9: Äquipotentiallinien im radialsymmetrischen Feld für $r \rightarrow \infty$. [17]

Beachte: **Feldlinien verlaufen immer senkrecht zu Äquipotentiallinien!**

Das Besondere an Äquipotentiallinien: Da die Spannung zwischen zwei Punkten A und B auf einer Äquipotentiallinie gleich Null ist, ist die Energie, um ein Teilchen von Punkt A nach Punkt B zu transportieren ebenfalls Null ($\Delta E = q \cdot U$ siehe II.4.1: *Energie eines geladenen Teilchens im homogenen E-Feld*):

$$\begin{aligned}
 \Delta E &= q \cdot U \\
 &= q \cdot \Delta \varphi \\
 &= q \cdot \underbrace{\varphi_A - \varphi_B}_{=0} \\
 &= q \cdot 0 \\
 &= 0 \text{ J}
 \end{aligned}$$

Das erklärt (oder motiviert zumindest) die Existenz von **Elektronenbahnen** in Atomen und Molekülen im Rahmen des BOHRschen Atommodells, in denen sich die Elektronen aufhalten und frei bewegen können, ohne Energie zu benötigen.

II.3.4. Die Kapazität

Misst man die Ladungsmenge Q auf den Kondensatorplatten bei gleichzeitiger Variation der Spannung U , so findet man einen linear proportionalen Zusammenhang: $\frac{Q}{U} = \text{const.}$ Die Proportionalitätskonstante ist eine Größe zur Beschreibung der Fähigkeit des Kondensators, Energie zu speichern (siehe ...). Man nennt diese Größe **Kapazität C** :

$$C = \frac{Q}{U}$$

mit $C =$ **Kapazität** (in $F =$ **Farad**) des Kondensators,

$Q =$ auf den Platten gespeicherte Ladung (es genügt, die Ladungsmenge von einer der beiden Platten zu kennen) und

$U =$ am Kondensator angelegte Spannung.

Die Kapazität ist eine Größe, die auch von der **Bauart** des Kondensators abhängt. Dies kann man sich leicht klar machen: Je größer die Platten, desto mehr Ladungen passen auf diese. Experimentell erhält man folgenden Zusammenhang zwischen der Kapazität und der Bauart des Kondensators:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

mit $\epsilon_0 =$ **elektrische Feldkonstante**,

$\epsilon_r =$ **Dielektrizitätszahl** oder **relative Permittivität** (**ohne Einheit**, vom Material zwischen den Platten abhängig, siehe II.3.5: *Das Dielektrikum*),

$A =$ Plattenfläche (in m^2) und

$d =$ Abstand der beiden Platten (in m).

II.3.5. Das Dielektrikum

Bestimmt man die Kapazität C eines Kondensators mit verschiedenen Stoffen/Materialien zwischen den beiden Platten, so stellt man fest, dass diese beeinflusst wird. Dabei gilt: Befindet sich kein Material zwischen den Platten (also Vakuum), so erreicht die Kapazität ein Minimum. Für andere Materialien wird sie jedoch bedeutend höher. Als Faktor gibt die **Dielektrizitätszahl ϵ_r** Auskunft darüber, welches Material die Kapazität wie stark erhöht. Das Material zwischen den Platten heißt dann **Dielektrikum**.

Wichtig: Das Dielektrikum muss ein Isolator und darf keinesfalls leitend sein! Wäre es leitend, so würden die Ladungen von einer Platte über das Dielektrikum auf die andere Platte abfließen und somit würde sich der Kondensator neutralisieren.

Material	Dielektrizitätszahl ϵ_r
Vakuum	Exakt 1
Luft	1,00059
Gummi	2,5 - 3
Holz (trocken)	2 - 3,5
Porzellan	5 - 6,5
Glas	6 - 8
Glycerin	42,5
Wasser	Bis 88
Eis	90 - 150
Bariumtitanat	$10^3 - 10^4$

Tabelle 1: Liste von Materialien und ihre Dielektrizitätszahlen ¹

Es ist Aufgabe der Wissenschaft, herauszufinden, welche Dielektrika eine möglichst hohe Dielektrizitätszahl aufweisen und dabei gleichzeitig kostengünstig sind, häufig vorkommen und nicht gesundheitsgefährdend sind.

II.3.5.1. Einfluss des Dielektrikums auf die Kapazität C

Weshalb ein **Dielektrikum** die **Kapazität C** erhöht, lässt sich über den Einfluss auf die **elektrische Feldstärke E** erklären.

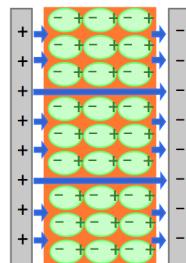


Abbildung 10: Dielektrische Polarisierung im Medium (Isolator) zwischen den Kondensatorplatten [18]

Führt man ein Dielektrikum in das elektrische Feld zwischen den beiden Kondensatorplatten, so werden in den Atomen und Molekülen Ladungen gegeneinander verschoben auf Grund von Polarisierungseffekten (d.h. Elektronen werden in Richtung Pluspol verschoben, die positiven Atomrümpfe bleiben ortsfest) (Vgl. Abb. 10). Man spricht hierbei auch von **Verschiebungspolarisation**.

¹Entnommen aus Wikipedia: <https://de.wikipedia.org/wiki/Permittivit%C3%A4t> 05.11.2023

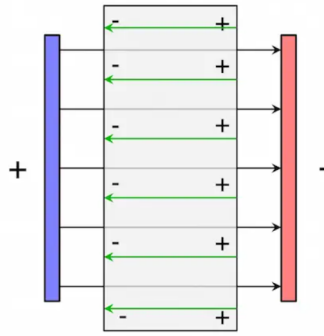


Abbildung 11: Es entsteht ein Gegenfeld, dass dem äußeren Feld im Kondensator entgegenwirkt. [19]

Durch die neue Ausrichtung der Moleküle entsteht im Inneren des Dielektrikums ein elektrisches Feld der **elektrischen Feldstärke** E_D (Vgl. Abb. 11). Dieses elektrische Feld ist dem äußeren Feld **entgegengerichtet**, schwächt es also ab. Die neue Gesamtfeldstärke $E_{neu} = E_{alt} - E_D$ ist somit kleiner, als die alte Gesamtfeldstärke E_{alt} : $E_{neu} < E_{alt}$.

Des Weiteren gilt im Kondensator $E = \frac{U}{d}$ sowie $C = \frac{Q}{U}$. Auflösen der beiden Gleichungen nach U und Gleichsetzen führt zu

$$Ed = \frac{Q}{C}$$

$$\Leftrightarrow C = \frac{Q}{Ed}$$

Da E im **Nenner** steht, wird C umso größer, je kleiner E wird.

Vergleichen wir nun die Kapazität der alten elektrischen Feldstärke E_{alt} mit der Kapazität der neuen elektrischen Feldstärke E_{neu} , so stellen wir fest:

$$C_{alt} = \frac{Q}{E_{alt} \cdot d} \text{ und } C_{neu} = \frac{Q}{E_{neu} \cdot d}$$

Da $E_{neu} < E_{alt}$ muss folglich $C_{neu} > C_{alt}$ gelten.

II.3.6. Die Flächenladungsdichte

Die **Flächenladungsdichte** σ gibt an, wie viel Ladung **pro** Plattenfläche vorhanden ist, gibt also das Verhältnis von Q zu A wieder. Genauer:

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

mit $\sigma = \text{Flächenladungsdichte}$ (in $\frac{C}{m^2}$)

II.3.6.1. Zusammenhang zur elektrischen Feldstärke E

Setzt man die beiden Formeln für die Berechnung der Kapazität $C = \frac{Q}{U}$ und $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$ gleich, so erhält man:

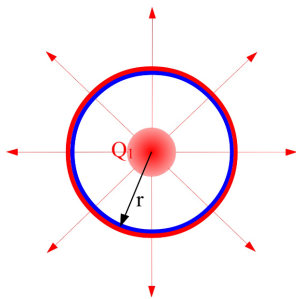
$$\begin{aligned} \frac{Q}{U} &= \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} & | \cdot U \\ Q &= \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A \cdot U}{d} & | : A \\ \frac{Q}{A} &= \epsilon_0 \epsilon_r \frac{U}{d} \\ \sigma &= \epsilon_0 \epsilon_r E \end{aligned}$$

Also:

$$\sigma = \epsilon_0 \epsilon_r E$$

II.3.6.2. Herleitung des Proportionalitätsfaktors aus dem Coulombschen Gesetz*

Der Proportionalitätsfaktor aus dem COULOMBSCHEN Gesetz lautet $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$. Bisher erschien dieser recht wahllos, aber im Folgenden können wir zeigen, dass dieser so aussehen muss.



Dazu betrachten wir eine punktförmige Ladung Q im Vakuum ($\epsilon_r = 1$), die von einer Metallkugel umhüllt sei. Die Metallkugel habe den Radius r und eine vernachlässigbare Wandstärke. Die Ladungen in der Metallkugel verteilen sich durch Influenz aus Symmetriegründen gleichmäßig auf der Kugeloberfläche $A = 4\pi r^2$ (Oberflächenformel für eine Kugel aus der Mathematik).

Abbildung 12: Das Gedankenexperiment mit einer umhüllten Punktladung. [20]

Es folgt:

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{Q}{A} \\ &= \frac{Q}{4\pi r^2} \quad |\sigma = \epsilon_0 E \\ \epsilon_0 E &= \frac{Q}{4\pi r^2} \\ E &= \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0} \\ &= \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}\end{aligned}$$

Befindet sich nun im elektrischen Feld unserer betrachteten Punktladung $Q = Q_1$ eine Probeladung Q_2 , so ergibt sich wegen $F_{el} = E \cdot q = E \cdot Q_2$:

$$\begin{aligned}F_{el} &= E \cdot Q_2 \\ &= \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1}{r^2} \cdot Q_2 \\ \Rightarrow F_C &= \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}\end{aligned}$$

Dies entspricht der Gleichung des COULOMBSCHEN Gesetzes.

II.3.7. Auf- und Entladevorgang im Kondensator

II.3.7.1. Aufladevorgang

Aufladen eines Kondensators bedeutet: Wir verschieben Elektronen auf eine Kondensatorplatte. Dabei fließt natürlich ein Aufladestrom I . Allerdings wird der Ladestrom im Laufe der Zeit kleiner. Es wird nämlich immer schwieriger, Ladungen auf die Platte zu verschieben, da bereits vorhandene Ladungen abstoßend wirken. Der Aufladestrom ist also eine zeitabhängige Größe $I(t)$, wobei die Stromstärke zu Beginn hoch sein wird und gegen Ende abflacht. Wie sieht aber nun diese Aufladekurve aus?

Wir betrachten einen Kondensator der Kapazität C , der in Reihe mit einem Widerstand R geschaltet ist. Man spricht hierbei von einem **RC-Kreis**.

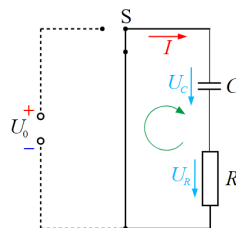


Abbildung 13: Ladevorgang eines Kondensators über einen Widerstand. Ist der Schalter S offen, so wird er geladen, ist der Schalter S geschlossen (wie in der Abbildung dargestellt), so wird er entladen. [21]

Ansatz: Wir betrachten die auftretenden **Spannungen** mit U_0 = Gesamtspannung, U_R = am Widerstand abfallende Spannung und U_C = am Kondensator abfallende Spannung. Die Bauteile sind in Reihe geschaltet, weshalb gilt:

$$\begin{aligned} U_0(t) &= U_R(t) + U_C(t) \\ &= R \cdot I(t) + \frac{Q(t)}{C} \end{aligned}$$

Nun leiten wir die Gleichung nach t ab (die Spannung U_0 ist eine Konstante, weshalb diese bei Ableitung 0 ergibt, die Größen R und C sind ebenfalls als Konstanten zu behandeln):

$$0 = R \cdot \dot{I}(t) + \frac{1}{C} \cdot \dot{Q}(t)$$

Die Stromstärke ist definiert als

$$I(t) = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \text{Momentane Änderungsrate der Ladung} = \text{Ableitung der Ladung} = \dot{Q}(t).$$

Also gilt:

$$0 = R \cdot \dot{I}(t) + \frac{1}{C} \cdot I(t) \quad \text{DGL}$$

Bei dieser Gleichung handelt es sich um eine sogenannte **Differentialgleichung** (kurz DGL). Eine Differentialgleichung ist darüber zu erkennen, dass im Funktionsterm eine Größe, sowie deren Ableitung aufzufinden sind (hier $I(t)$ und $\dot{I}(t)$).

Lösen der DGL:

Wir suchen eine Funktion, die nach dem Ableiten in der DGL in Summe 0 ergibt. Die Funktion muss also bis auf Vorfaktoren nach der Ableitung gleich wie vor der Ableitung sein. Eine Funktion, die diese Bedingung erfüllt, ist die e-Funktion: Es gilt nämlich $f(x) = e^x = f'(x)$. Die allgemeinste Form der e-Funktion lautet $f(x) = a \cdot e^{b(x-c)} + d$ mit den konstanten Zahlen a, b, c und d (Streckung und Verschiebung).

Unser Ansatz zur Lösung der DGL lautet also:

$$\begin{aligned} I(t) &= I_0 \cdot e^{kt} \\ \dot{I}(t) &= kI_0 \cdot e^{kt} \end{aligned}$$

mit I_0 = Stromstärke zum Zeitpunkt $t = 0$.

Die Parameter c und d wählen wir zu $c = d = 0$, da es sich nur um eine Verschiebung der Funktion handeln würde, diese aber für uns nicht relevant ist.

Wir nutzen unseren Lösungsansatz nun, indem wir diesen in die DGL einsetzen:

$$\begin{aligned} 0 &= R \cdot \dot{I}(t) + \frac{1}{C} \cdot I(t) \\ &= R \cdot (kI_0 \cdot e^{kt}) + \frac{1}{C} \cdot (I_0 \cdot e^{kt}) \\ &= I_0 e^{kt} \left(Rk + \frac{1}{C} \right) \quad | : I_0 e^{kt} \\ &= Rk + \frac{1}{C} \quad | - \frac{1}{C} \text{ und } : R \\ k &= -\frac{1}{RC} \end{aligned}$$

Somit lautet die Lösung der DGL:

$$\begin{aligned} I(t) &= I_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} \\ &= \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} \quad \text{wegen } U = RI \end{aligned}$$

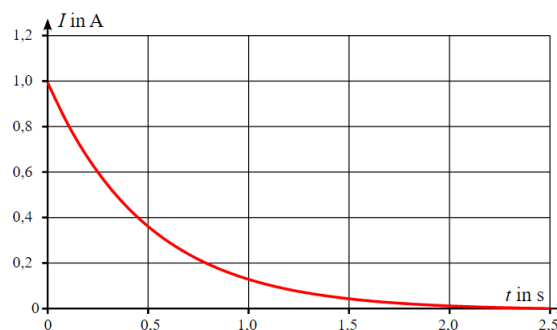


Abbildung 14: Ladekurve des Kondensators mit den Anfangswerten $U_0 = 10 \text{ V}$, $R = 10 \text{ } \Omega$ und $C = 0,05 \text{ F}$. Man erkennt den typischen $\frac{1}{e}$ -Verlauf. [21]

Spannungsverlauf

Manchmal ist auch der Spannungsverlauf am Kondensator $U_C(t)$ interessant:

$$\begin{aligned}
 U_0 &= U_R(t) + U_C(t) \\
 \Rightarrow U_C(t) &= U_0 - U_R(t) \\
 &= U_0 - RI(t) \\
 &= U_0 - R \cdot \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} \\
 &= U_0 - U_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} \\
 &= U_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right)
 \end{aligned}$$

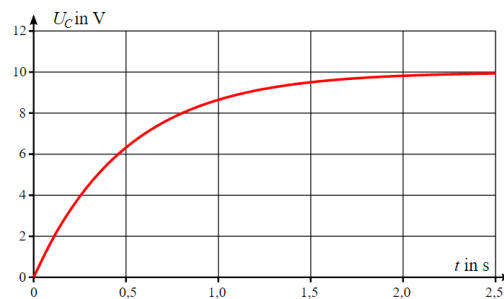


Abbildung 15: Ladekurve des Kondensators mit den Anfangswerten $U_0 = 10 \text{ V}$, $R = 10 \text{ } \Omega$ und $C = 0,05 \text{ F}$. [21]

Ladungsverlauf

$$\begin{aligned}
 Q(t) &= C \cdot U_C(t) \\
 &= C \cdot U_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right)
 \end{aligned}$$

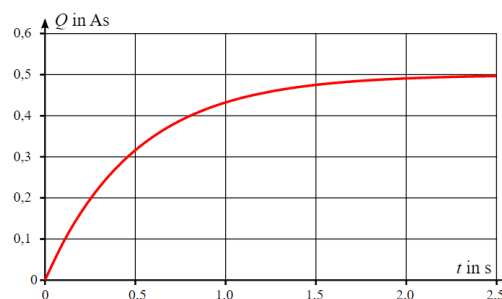


Abbildung 16: Ladekurve des Kondensators mit den Anfangswerten $U_0 = 10 \text{ V}$, $R = 10 \text{ } \Omega$ und $C = 0,05 \text{ F}$. [21]

II.3.7.2. Entladevorgang

Ähnlich wie beim Aufladevorgang können wir auch den Entladevorgang in den Größen I , U und Q betrachten. Auch hier lösen wir wieder eine Differentialgleichung.

Im Kondensator gilt zum einen $Q(t) = CU_C(t)$ und zum anderen $U_C(t) = R \cdot I(t)$. Insgesamt ergibt dies

$$Q(t) = C \cdot R \cdot I(t)$$

Nun leiten wir wieder auf beiden Seiten ab:

$$\begin{aligned}\dot{Q}(t) &= CR \cdot \dot{I}(t) \\ \Rightarrow 0 &= CR \cdot \dot{I}(t) - \dot{Q}(t)\end{aligned}$$

Es gilt weiterhin $I(t) = -\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\dot{Q}(t)$. Beachte das Minuszeichen: Die Ladung fließt von den Flächen **ab**. Also:

$$0 = CR \cdot \dot{I}(t) + I(t) \quad \text{DGL}$$

Wir erhalten erneut eine DGL. Lösungsansatz: $I(t) = -I_0 e^{kt}$ und $\dot{I}(t) = -kI_0 e^{kt}$ (beachte auch hier wieder das Minuszeichen: Der Strom fällt von einem Maximum I_0 auf Null ab) führt dann zu

$$\begin{aligned}0 &= CR \cdot \dot{I}(t) + I(t) \\ &= -CR \cdot kI_0 e^{kt} - I_0 e^{kt} \\ &= -I_0 e^{kt} (kCR + 1) \\ &= kCR + 1 \\ \Rightarrow k &= -\frac{1}{RC}\end{aligned}$$

Die Lösung der DGL für den Entladevorgang lautet also:

$$I(t) = -I_0 e^{-\frac{1}{RC}t}$$

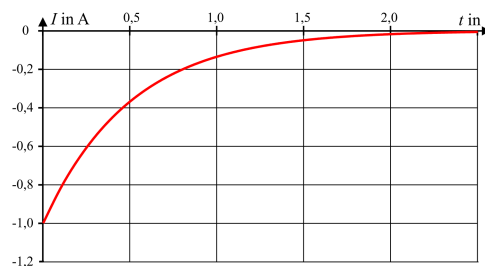


Abbildung 17: Entladekurve des Kondensators mit den Anfangswerten $U_0 = 10 \text{ V}$, $R = 10 \text{ } \Omega$ und $C = 0,05 \text{ F}$. [21]

Spannungs und Ladungsverlauf

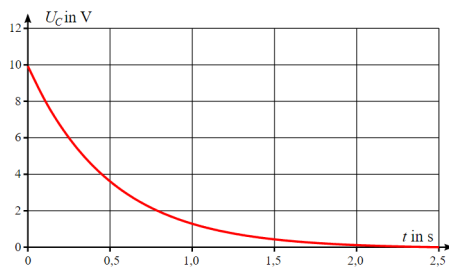


Abbildung 18: Entladekurve des Kondensators mit den Anfangswerten $U_0 = 10 \text{ V}$, $R = 10 \text{ } \Omega$ und $C = 0,05 \text{ F}$. [21]

Für die **Spannung** erhält man über $U = RI$

$$U_C(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

Für die **Ladung** erhält man über $Q = CU$

$$\begin{aligned} Q(t) &= CU_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} \\ &= Q_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} \end{aligned}$$

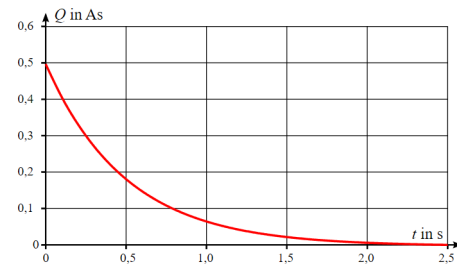


Abbildung 19: Entladekurve des Kondensators mit den Anfangswerten $U_0 = 10 \text{ V}$, $R = 10 \text{ } \Omega$ und $C = 0,05 \text{ F}$. [21]

II.3.7.3. Dauer der Auf-/Entladung*

Um zu bestimmen, wie schnell ein Kondensator geladen wird, nutzt man in der Regel die **Halbwertszeit** T_H , d.h. man berechnet die Zeit, die benötigt wird, um den Kondensator zur Hälfte zu laden/entladen.

Wir betrachten beispielhaft den **Entladevorgang**: Wir wollen wissen, wann die Ladung $Q(t)$ auf den Platten genau halb so groß wie die Anfangsladung Q_0 ist:

$$\begin{aligned} Q(T_H) &= \frac{1}{2}Q_0 \\ Q_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}T_H} &= \frac{1}{2}Q_0 \quad | : Q_0 \\ e^{-\frac{1}{RC}T_H} &= \frac{1}{2} \quad | \text{ Logarithmieren} \\ -\frac{1}{RC}T_H &= \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2) \\ \Rightarrow T_H &= R \cdot C \cdot \ln(2) \end{aligned}$$

II.3.8. Kondensatoren in Parallel- und Reihenschaltungen*

II.3.8.1. Parallelschaltung

In einer Parallelschaltung mehrerer Kondensatoren errechnet man die Gesamtkapazität C_{ges} über die Summe der einzelnen Kapazitäten C_i (ähnlich wie der Gesamtwiderstand in einer Reihenschaltung):

$$C_{ges} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

Herleitung

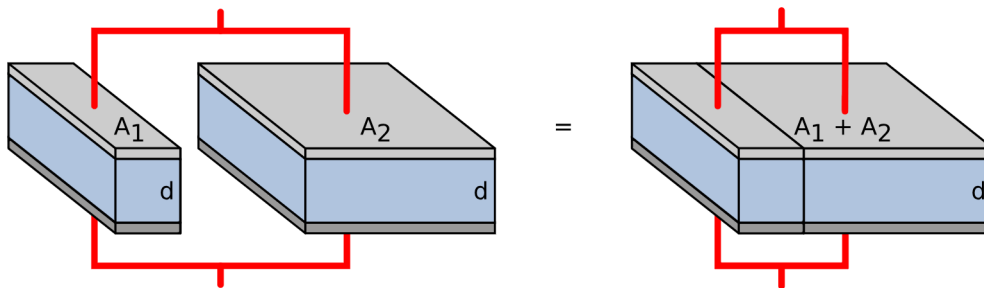


Abbildung 20: Herleitung in einer Parallelschaltung [22]

Zwei Kondensatoren der Kapazitäten C_1 und C_2 und den jeweiligen Plattenflächen A_1 und A_2 kann man sich in einer Parallelschaltung als eine Kombination mit C_{ges} und $A_{ges} = A_1 + A_2$ denken. Also gilt:

$$\begin{aligned} C_{ges} &= \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A_{ges}}{d} \\ &= \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \frac{A_1 + A_2}{d} \\ &= \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \left(\frac{A_1}{d} + \frac{A_2}{d} \right) \\ &= \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A_1}{d} + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A_2}{d} \\ &= C_1 + C_2 \end{aligned}$$

II.3.8.2. Reihenschaltung

In einer Reihenschaltung mehrerer Kondensatoren errechnet man die Gesamtkapazität C_{ges} über die aufsummierten Kehrwert der einzelnen Kapazitäten C_i (ähnlich wie der Gesamtwiderstand in einer Parallelschaltung):

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

Herleitung:

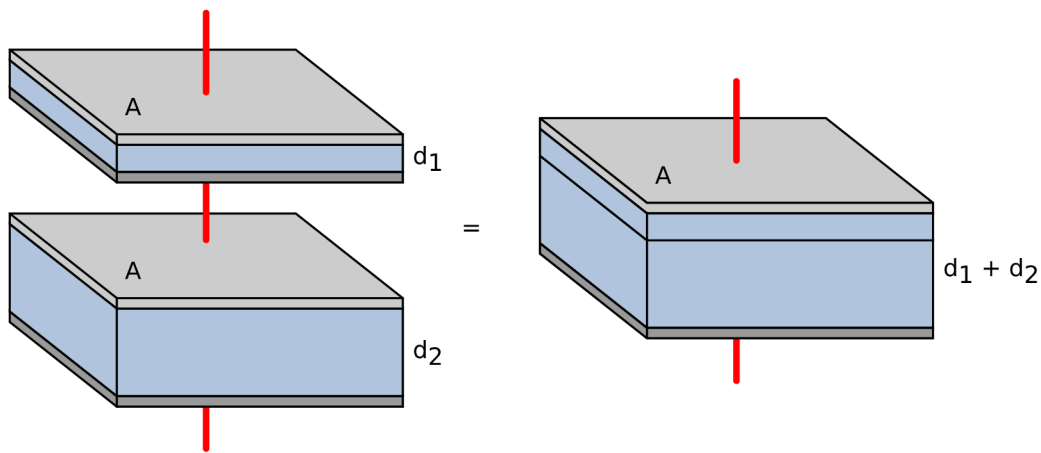


Abbildung 21: Herleitung in einer Reihenschaltung [23]

Zwei Kondensatoren der Kapazitäten C_1 und C_2 und den jeweiligen Plattenabständen d_1 und d_2 kann man sich in Reihe als eine Kombination mit C_{ges} und $d_{ges} = d_1 + d_2$ denken. Also gilt:

$$\begin{aligned} C_{ges} &= \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \frac{A}{d_{ges}} \\ &= \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \frac{A}{d_1 + d_2} && \text{[Kehrwert bilden]} \\ \frac{1}{C_{ges}} &= \frac{d_1 + d_2}{\epsilon_0 \epsilon_r A} \\ &= \frac{d_1}{\epsilon_0 \epsilon_r A} + \frac{d_2}{\epsilon_0 \epsilon_r A} \\ &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \end{aligned}$$

II.4. Energiebetrachtungen

II.4.1. Energie eines geladenen Teilchens im homogenen E-Feld

Im elektrischen Feld erfährt ein geladenes Teilchen immer eine Feldkraft F_{el} . Durch diese Kraft wird es beschleunigt (wegen $F = ma$). Befindet sich auf einer Kondensatorplatte ein Teilchen, z.B. ein Elektron auf der negativ geladenen Platte, so wird es in Richtung positiver Platte beschleunigt. Dabei legt es den Weg Δs (Im Kondensator $= d$) zurück. Damit können wir die Energie ΔE bestimmen, die das Teilchen beim Durchlaufen des elektrischen Feldes erhält:

$$\begin{aligned}\text{Energie} &= \text{Kraft mal Weg} \\ \Delta E &= F \cdot \Delta s \\ &= F_{el} \cdot d \\ &= Eq \cdot d \\ &= \frac{U}{d} \cdot q \cdot d \\ &= Uq \\ &= Ue \quad | \text{ Elektron: } q = e\end{aligned}$$

$$E_{el} = q \cdot U$$

Anwendung

Damit können wir die Geschwindigkeit berechnen, die ein elektrisch geladenes Teilchen im elektrischen Feld erhält, wenn es die Strecke d durchläuft:

$$\begin{aligned}E_{kin} &= E_{el} \\ \frac{1}{2}mv^2 &= qU \\ \Rightarrow v &= \sqrt{\frac{2qU}{m}}\end{aligned}$$

Im Falle eines Elektrons gilt also:

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}$$

II.4.2. Energie im Kondensator

Der Kondensator selbst speichert Energie. Wichtig: Die Energie wird **nicht** auf dem Kondensator als Bauteil gespeichert, sondern **im elektrischen Feld** zwischen den Kondensatorplatten. Die gespeicherte Energiemenge erhält man über

$$E_{C,el} = \frac{1}{2}CU^2$$

mit C = Kapazität des Kondensators,
 U = am Kondensator angelegte Spannung

Anmerkung:

Diese Formel hat die typische Form einer Energieformel:

Energie = Ein halb mal konstante Größe mal variable Größe im Quadrat

Andere uns bekannte Energieformeln folgen auch diesem Prinzip, wie z.B.

$$\begin{aligned} E_{kin} &= \frac{1}{2}mv^2 \\ E_{Spann} &= \frac{1}{2}Ds^2 \\ E_{C,el} &= \frac{1}{2}CU^2 \\ E_{mag} &= \frac{1}{2}LI^2 \quad \text{siehe ...: ...} \end{aligned}$$

Aber:

Nicht alle Energieformen haben diese Form! Einfaches Gegenbeispiel: Lageenergie $E_{Lage} = mgh$.

Herleitung:

Beim Kondensator wird über eine angelegte Spannung U Ladung für Ladung auf die Kondensatorplatten verschoben. Jeder einzelne Verschiebevorgang benötigt Energie und diese wird dem Kondensator zugeführt. Somit ist die Gesamtenergie die Summe der einzelnen Verschiebeenergien.

Die elektrische Spannung ist definiert als Energie pro Ladung: $U = \frac{\Delta E}{\Delta Q}$ (dies kann man bereits aus der Einheit Volt herauslesen: $1 \text{ V} = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}}$). Entsprechend gilt dann: $\Delta E = U \cdot \Delta Q$. Dies ist die Energie, die man benötigt, um eine Ladungsmenge ΔQ bei konstanter Spannung U zu verschieben. Im UQ -Diagramm ist ΔE die Fläche unter der Kurve:

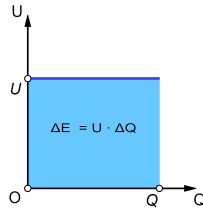


Abbildung 22: Grafische Darstellung der benötigten Energiemenge, um eine Ladungsmenge ΔQ in einem elektrischen Feld bei konstanter Spannung U zu verschieben. [25]

Beim Kondensator werden während des Ladevorgangs Ladungen auf die Kondensatorplatte verschoben. Dabei erhöht sich die Spannung zwischen den Platten während dieses Vorgangs linear (wegen $Q \sim U$). Die Gesamtenergie ist dann die Summe der einzelnen Verschiebeenergien. Deshalb findet man im zugehörigen UQ -Diagramm eine Ursprungsgerade vor:

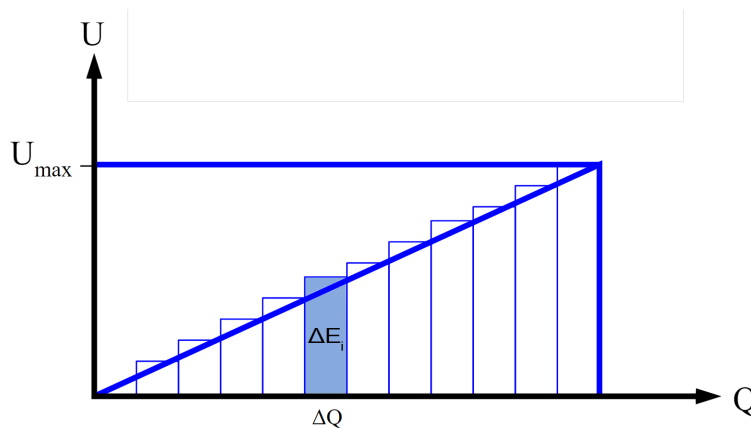


Abbildung 23: Im Kondensator erhöht sich die Spannung linear, der Flächeninhalt unter der Kurve gibt trotzdem wieder die Energie an. [25]

Beim Kondensator bestimmt man die Energie $\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2 + \dots$ als Fläche unter der Kurve dann als Dreiecksfläche über:

$$\begin{aligned} E_{C,el} &= \frac{1}{2} U \cdot \underbrace{Q}_{=CU} \\ &= \frac{1}{2} U \cdot CU \\ &= \frac{1}{2} CU^2 \end{aligned}$$

II.5. Teilchen im elektrischen Feld

II.5.1. Teilchen im Längsfeld

Geladene Teilchen erfahren in einem elektrischen Feld eine Kraft (wegen $F_{el} = Eq$). Im folgenden betrachten wir den Fall, dass ein Teilchen durch diese Kraft in Bewegung gesetzt wird und es sich (entlang der Feldlinien) bewegt und führt eine beschleunigte Bewegung durch. Wir betrachten wieder das homogene Feld eines Kondensators.

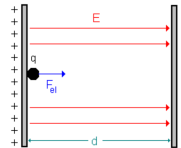


Abbildung 24: Ein Teilchen befindet sich am Anfang eines Feldes (hier: auf einer Platte). Durch die elektrische Feldkraft F_{el} wird es in Richtung der anderen Platte beschleunigt. Hier trägt das Teilchen eine positive Ladung q . [26]

Die Beschleunigung a des Teilchens erhalten wir über die Grundgleichung der Mechanik $F = ma$:

$$a = \frac{F_{el}}{m}$$

Die Bewegungsgleichungen in x- und y-Richtung lauten demnach

$$\begin{aligned} s_x(t) &= \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \frac{F_{el}}{m} t^2 = \frac{F_{el}}{2m} t^2 \\ s_y(t) &= 0 \\ v_x(t) &= at = \frac{F_{el}}{m} t \\ v_y(t) &= 0 \end{aligned}$$

Verallgemeinert man diese Bewegungsgleichungen mit Anfangsparametern s_0 und v_0 , so erhält man

$$\begin{aligned} s_x(t) &= s_0 + \frac{F_{el}}{2m} t^2 \\ s_y(t) &= 0 \\ v_x(t) &= v_0 + \frac{F_{el}}{m} t \\ v_y(t) &= 0 \end{aligned}$$

Möchte man die Geschwindigkeit eines Teilchens nach dem Durchqueren des Feldes bestimmen, so führt meist der Energieansatz aus II.4.1: *Energie eines geladenen Teilchens im homogenen E-Feld* zum Ziel:

$$\begin{aligned} E_{kin} &= E_{el} \\ \Rightarrow v &= \sqrt{\frac{2qU}{m}} \end{aligned}$$

II.5.2. Teilchen im Querfeld

Natürlich kann man ein Teilchen auch Quer in ein Feld einschießen. Dabei erfährt es wiederum die elektrische Feldkraft F_{el} , allerdings dieses Mal senkrecht zur Bewegungsrichtung.

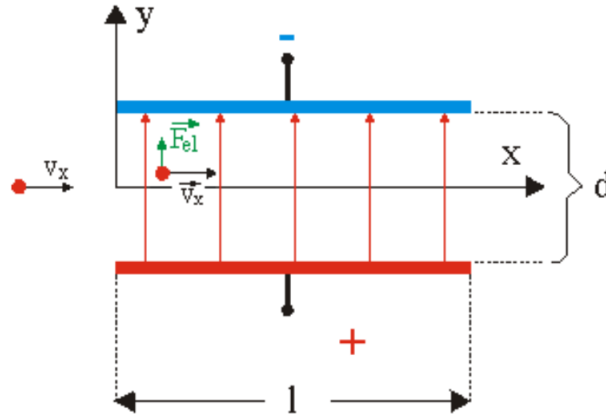


Abbildung 25: Ein geladenes Teilchen fliegt quer durch ein homogenes elektrisches Feld der Länge l und der Breite d . Hier ist das Teilchen positiv geladen, weshalb es eine Kraft F_{el} in Richtung negativer Platte erfährt. [27]

Flugbahn:

Bei der Bewegung in x-Richtung handelt es sich um eine **gleichförmige Bewegung**: Im gesamten Flugvorgang wirkt keine Kraft in x-Richtung, die beschleunigend wirken könnte. In y-Richtung wirkt jedoch die Kraft F_{el} , weshalb es sich bei der Bewegung in y-Richtung um eine **gleichmäßig beschleunigte Bewegung** mit der Beschleunigung $a = \frac{F_{el}}{m}$ handeln muss:

$$s_x(t) = v_x \cdot t$$

$$s_y(t) = \frac{1}{2} \frac{F_{el}}{m} t^2$$

Die Flugbahn des Teilchens ist eine Überlagerung der beiden Bewegungen. Also lösen wir eine Gleichung nach t auf und setzen dieses in die zweite Gleichung ein:

$$s_y(t) = \frac{1}{2} \frac{F_{el}}{m} \cdot \left(\frac{s_x(t)}{v_x} \right)^2$$

$$= \frac{F_{el}}{2mv_x^2} \cdot s_x(t)^2$$

Speziell im Kondensator gilt $F_{el} = Eq = \frac{U}{d}q$. Die Bewegungsgleichung lautet dann:

$$s_y = \underbrace{\frac{Uq}{2dmv_x^2}}_{= \text{const}} \cdot s_x^2$$

$$\Rightarrow s_y \sim s_x^2$$

Die Bahnkurve ist also offensichtlich eine **Parabelbahn**.

II.5.3. Die Braunsche Röhre

Eine der ersten und bekanntesten Anwendungen von abgelenkten Teilchen durch Kondensatoren ist die **Braunsche Röhre** (oder auch: **Kathodenstrahlröhre**). Im Prinzip handelt es sich um einen (sehr) alten Röhrenbildschirm:

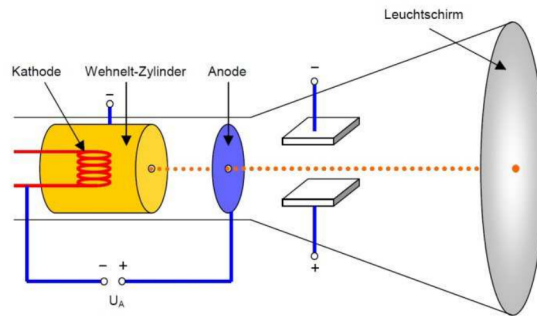


Abbildung 26: Schematischer Aufbau einer Braunschen Röhre. [28]

Zwischen **Kathode** und **Anode** wird eine **Beschleunigungsspannung** U_A angelegt, die freigesetzte Elektronen in Richtung Anode beschleunigt. Die Freisetzung von Elektronen erfolgt über den **glühelektrischen Effekt** (Vgl. II.5.3.1: *Der glühelektrische Effekt*). Der negativ geladene **Wehneltzylinder** bündelt die freigesetzten, in Richtung der Anode beschleunigten Elektronen zu einem kompakten **Elektronenstrahl**.

Der Elektronenstrahl verlässt nun die Anode, wobei die einzelnen Elektronen eine Geschwindigkeit von

$$v = \sqrt{\frac{2eU_A}{m_e}}$$

aufweisen (vgl. II.4.1: *Energie eines geladenen Teilchens im homogenen E-Feld*) und erreichen nun einen Kondensator. Fliegen die Elektronen durch den Kondensator, erfahren sie je nach angelegter Kondensatorspannung eine elektrische Feldkraft, welche den Elektronenstrahl ablenkt (hier in y-Richtung).

Der Leuchtschirm ist speziell beschichtet, so dass er beim Auftreffen von Elektronen aufleuchtet. Es entsteht ein Leuchtpunkt.

Möchte man den Elektronenstrahl zusätzlich in x-Richtung ablenken, so wird häufig neben dem bereits vorhandenen Kondensator ein weiterer verbaut, der allerdings um 90° gedreht ist. Die Elektronen fliegen dabei durch den ersten Kondensator und werden somit in y-Richtung abgelenkt und anschließend durch den zweiten Kondensator, in dem sie zusätzlich in x-Richtung abelenkt werden.

II.5.3.1. Der glühelektrische Effekt

Der **glühelektrische Effekt** (auch **Edison-Effekt**) beschreibt die Freisetzung von Elektronen durch Hitze:

Legt man an einen dünnen, gewickelten Draht eine sehr hohe Spannung (**Heizspannung**) an, so fließt auch entsprechend ein großer Strom. Dies führt dazu, dass der Draht an den Wicklungen stark erhitzt wird und Elektronen emittiert.

Auf atomarer Ebene bedeutet das eine sehr starke Eigenbewegung der Atome und insbesondere auch der Elektronen im Draht. Durch den hohen Strom ist die Eigenbewegung der Elektronen irgendwann derart groß, dass sie das Material verlassen können.

III. Magnetismus

III.1. Das magnetische Feld

III.1.1. Visualisierung über Feldlinien

Auch Magnetfelder können über Feldlinien visualisiert werden. Aus der Mittelstufe wissen wir: Magnetische Feldlinien verlaufen stets vom **Nordpol** zum **Südpol**.

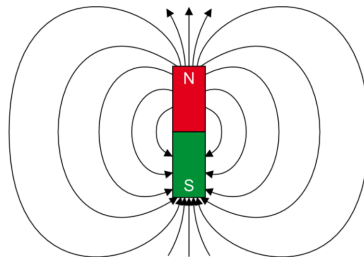


Abbildung 27: Magnetfeld eines Stabmagneten. [29]

Allerdings müssen wir diese Erkenntnis nun etwas präzisieren: **Außerhalb des Magneten** verlaufen sie vom Nord- zum Südpol, **innerhalb des Magneten** allerdings verlaufen sie genau anders herum: Vom Süd- zum Nordpol (Vgl. Abb. 28).

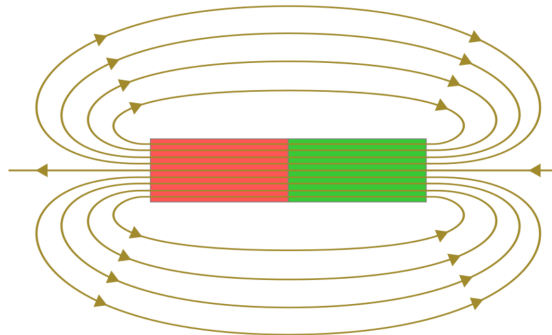


Abbildung 28: Feldlinienbild eines Stabmagneten. Die Feldlinien hören aber nicht einfach an den Polen auf, sondern verlaufen im Inneren weiter. [30]

Wir halten an dieser Stelle schon einmal fest:

Magnetische Feldlinien sind immer in sich geschlossen.

Homogenes Magnetfeld

Nutzt man Permanentmagnete, so weist der Hufeisenmagnet ein annähernd homogenes Magnetfeld auf:

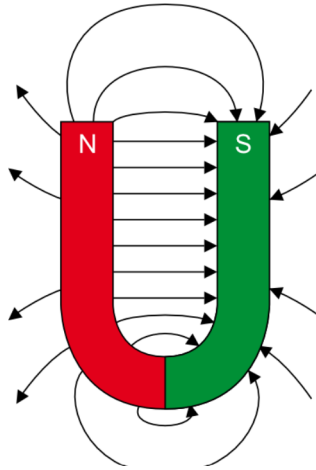


Abbildung 29: Magnetfeld eines Hufeisenmagneten. Zwischen den beiden Polen findet man ein annähernd homogenes Magnetfeld vor. [31]

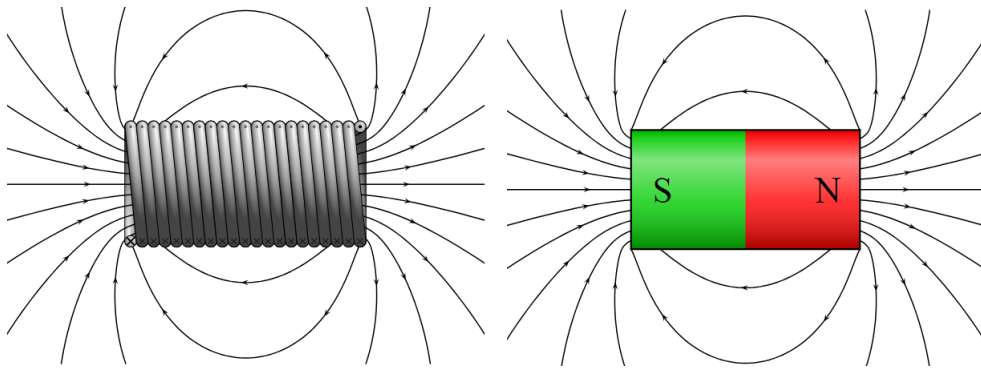
III.1.2. Elektromagnete

HANS CHRISTIAN ØRSTED entdeckte im Jahr 1820, dass sich um einen stromdurchflossenen Draht ein Magnetfeld aufbaut. Solange Strom fließt, ist ein Magnetfeld vorhanden, fließt kein Strom, so ist auch kein Magnetfeld mehr zu beobachten.



Abbildung 30: Magnetfeld eines stromdurchflossenen Leiters. Mit der linken-Hand-Regel lässt sich die Orientierung des Magnetfeldes bestimmen: Der Daumen zeigt in Elektronenflussrichtung, die restlichen Finger geben die Richtung des Magnetfeldes wieder. [32]

Wickelt man den Draht zu einer [Spule](#), so entsteht ein charakteristisches Magnetfeld, das dem eines Stabmagneten ähnelt. Im Inneren der Spule findet man sogar ein annähernd homogenes Magnetfeld vor.



(a) Magnetfeld eines stromdurchflossenen Spule[33] (b) Magnetfeld eines Stabmagneten.[33]

Wie entsteht das Magnetfeld einer **langen Spule** genau? Dazu betrachten wir den Spulenquerschnitt und überlegen uns mit der linken-Hand-Regel, wie das Magnetfeld gerichtet ist. Betrachten wir den Querschnitt des Drahtes, so markieren wir mit einem **Kreuz** die Elektronenflussrichtung in die Zeichenebene hinein und mit einem **Punkt** die Elektronenflussrichtung aus der Zeichenebene heraus (Merkhilfe: Schießt ihr mit einem Bogen einen Pfeil ab, so seht ihr die Federn des Schafts von euch weg fliegen (Kreuz), fliegt der Pfeil auf euch zu, so seht ihr die Pfeilspitz (Punkt)).

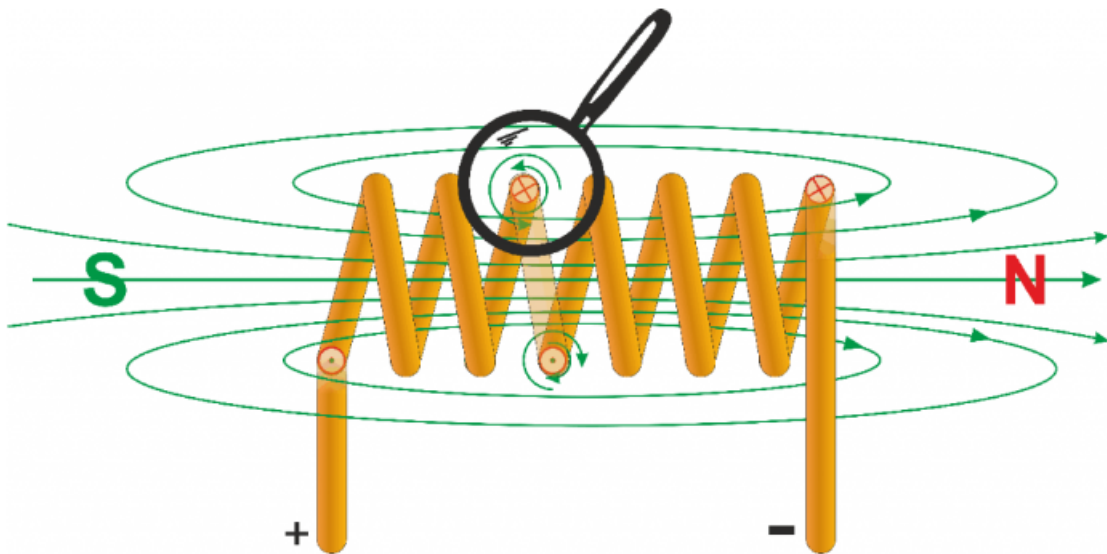


Abbildung 31: Magnetfeld einer langen Spule. Mit der linken-Hand-Regel ermittelt man die Magnetfeldrichtung. Somit wird klar, dass der Südpol am elektrischen Pluspol, der Nordpol am elektrischen Minuspol liegen muss. [?]

III.1.3. Die magnetische Flussdichte

Wir definieren die **magnetische Flussdichte B** (entspricht für uns in etwa einer magnetischen Feldstärke, also ähnlich der **elektrischen Feldstärke E**) als

$$\begin{aligned} \text{Magnetische Flussdichte} &= \text{magnetische Kraft, die auf einen Probekörper wirkt} \\ &= \frac{\text{magnetische Feldkraft } F_{\text{mag}}}{\text{Probekörper}} \end{aligned}$$

Anders als beim elektrischen Feld ist hier nicht von vorneherein klar, wie der Probekörper beschaffen sein muss. Wir müssen uns also zunächst überlegen, welche Körper überhaupt eine Kraftwirkung in einem Magnetfeld erfahren.

Zuerst könnte man auf die Idee kommen, einen weiteren Magneten als Probekörper zu nutzen. Aber wie können wir diesen charakterisieren? Er trägt ja keine "magnetischen Ladungen", so etwas gibt es nämlich nicht. Und allein über seine Masse oder räumliche Ausdehnung zu argumentieren macht keinen Sinn, da wir das Feld ja darüber definieren sollen, wie es speziell auf etwas wirkt, was vom Feld beeinflusst wird. Die Masse wäre hier hinderlich, da diese ja nicht direkt vom Feld beeinflusst wird und vor allem nicht alles, was Masse besitzt von einem magnetischen Feld beeinflusst wird.

Also wählen wir einen neuen Ansatz: Wir kennen bereits ein Experiment, dass uns eine Antwort liefert: Die **Leiterschaukel**:

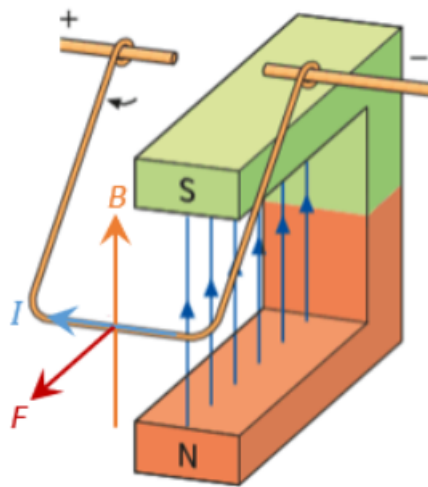


Abbildung 32: Leiterschaukelexperiment [35]

Beim Leiterschaukelexperiment befindet sich ein elektrisch leitender Stab innerhalb des Magnetfelds eines Hufeisenmagneten. Legt man an den Stab eine Spannung an, so beobachtet man eine Auslenkung des Stabs.

Also haben wir nun etwas gefunden, das auf ein Magnetfeld reagiert: Ein **stromdurchflossener Leiter** der Länge l , der von einem Strom der Stromstärke I durchflossen wird. Wir wählen also für die Definition der **magnetischen Flussdichte B** als Probekörper einen **stromdurchflossenen Leiter**:

$$\begin{aligned} \text{Magnetische Flussdichte} &= \text{magnetische Kraft, die auf einen stromdurchflossenen Leiter wirkt} \\ &= \frac{\text{magnetische Feldkraft } F_{\text{mag}}}{\text{stromdurchflossener Leiter}} \end{aligned}$$

Also:

$$B = \frac{F_{\text{mag}}}{I \cdot s}$$

mit F_{mag} = magnetische Feldkraft (in N)

I = Stromstärke durch den Leiter (in A) und

s = Länge des (im Feld befindlichen und zwar senkrecht zu den Feldlinien) Leiters (in m).

Beachte: Auch das magnetische Feld ist ein **Vektorfeld**, weshalb man diese auch in Zeichnungen oftmals mit einem Vektorpfeil $\vec{B}$ darstellt. Für uns ist aber in aller Regel nur der Betrag dieses Vektors von Interesse, weshalb auch im Folgenden nur der Betrag B betrachtet wird.

III.2. Die Lorentzkraft

Wir betrachten erneut die Leiterschaukel, bzw. allgemeiner: Einen stromdurchflossenen Leiter innerhalb eines homogenen Magnetfeldes:

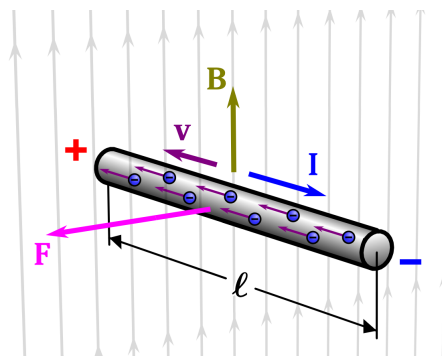


Abbildung 33: Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter [36]

Ein in einem homogenen Magnetfeld befindlicher stromdurchflossener Leiter steht **senkrecht** zu den Feldlinien. Das heißt, die Elektronenflussrichtung verläuft ebenfalls **senkrecht** zu den Feldlinien. Der Leiter erfährt eine magnetische Feldkraft, die **sowohl** senkrecht zu den Feldlinien, **als auch** senkrecht zur Bewegungsrichtung der Teilchen steht.

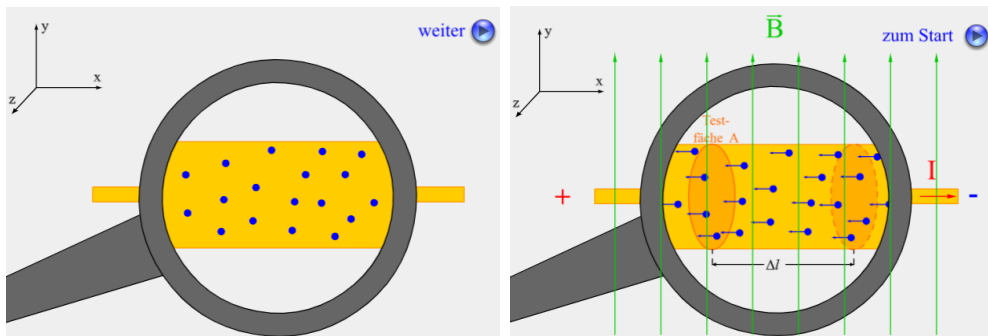
Mit der **Drei-Finger-Regel der linken Hand** ermitteln wir nun die Richtung der magnetischen Kraft F_{mag} auf den Leiter:



Abbildung 34: Drei-Finger-Regel der linken Hand. [37]

Daumen: Zeigt in die **Bewegungsrichtung** negativ geladener Teilchen. In einem Stromkreis also von Minus nach Plus.
Zeigefinger: Zeigt in die **Feldlinienrichtung** des Magnetfeldes
Mittelfinger: Gibt die **Richtung der Kraftwirkung** an (sowohl der magnetischen Feldkraft, als auch der Lorentzkraft).

Betrachten wir den stromdurchflossenen Leiter nun auf atomarer Ebene:



(a) Betrachtung auf atomarer Ebene: Freie Elektronen befinden sich im Leiter. [38] (b) Wir betrachten ein Leiterstück mit Querschnittsfläche A und Länge Δl . Die freien Elektronen bewegen sich wegen eines angelegten Stroms in eine Richtung. [38]

In einem elektrischen Leiter befinden sich freie Elektronen, die sich in alle Richtungen durcheinander bewegen. Legen wir einen Strom an, so erfolgt die vorher zufällige Bewegung gerichtet in eine Richtung (zum Pluspol hin). Legen wir zusätzlich ein magnetisches Feld der magnetischen Flussdichte B an, so bewegen sich also Elektronen senkrecht zu diesem Magnetfeld.

Generell gilt:

Bewegen sich Ladungen **senkrecht** zu einem Magnetfeld, so erfahren sie eine Kraft, die sogenannte **Lorentzkraft F_L** .

Jedes einzelne Elektron erfährt nun eine Lorentzkraft F_L . Die Summe aller Lorentzkräfte auf alle Ladungen im Leiter ergibt dann die zuvor beobachtete magnetische Kraftwirkung F_{mag} .

III.2.1. Herleitung der Lorentzkraft

Wir betrachten Elektronen der Elementarladung e , die durch eine Leiterquerschnittsfläche A und einem Leiterelement der Länge Δl senkrecht zu einem Magnetfeld der magnetischen Flussdichte B fließen (Vgl. Abb(35(b))).

Auf einen Leiter der Länge Δs wirkt eine Kraft $F_{mag} = BIs$ (siehe III.1.3: Die magnetische Flussdichte):

$$F_{mag} = B \cdot I \cdot \Delta l \quad (1)$$

Außerdem gilt

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Ne}{\Delta t} \quad (2)$$

mit ΔQ = fließende Gesamtladungsmenge durch das Leiterelement und N = Anzahl fließender Ladungen.

Setzen wir Gleichung (2) in Gleichung (1), so erhalten wir:

$$\begin{aligned} F_{mag} &= B \cdot \frac{Ne}{\Delta t} \cdot \Delta l \\ &= B \cdot N \cdot e \cdot \underbrace{\frac{\Delta l}{\Delta s}}_{=v} \\ &= N \cdot Bev \end{aligned}$$

mit v = [Driftgeschwindigkeit](#) der Elektronen im Leiter.

Teilen wir diesen Term nun durch N , so erhalten wir die Gleichung zur Bestimmung der Lorentzkraft:

$$\begin{aligned} F_L &= \frac{F_{mag}}{N} \\ &= \frac{NBev}{N} \\ &= Bev \end{aligned}$$

Also:

$$F_L = Bev$$

Die Summe aller Lorentzkräfte ergibt (wie bereits erwähnt) dann die magnetische Gesamtkraft auf den stromdurchflossenen Leiter:

$$F_{mag} = \sum F_L$$

III.2.2. Stromdurchflossener Leiter schräg im Magnetfeld

Die Lorentzkraft wirkt stets auf Ladungen, die sich **senkrecht** zu den Magnetfeldlinien bewegen. Bewegen sie sich allerdings schräg zu den Magnetfeldlinien, so wirkt die Lorentzkraft nur anteilig - eben nur auf die Komponente der Geschwindigkeit $v_{\perp}$, die senkrecht zu den Feldlinien verläuft.

Zerlegt man den Geschwindigkeitsvektor v der Bewegung der Teilchen in die beiden Komponenten **senkrecht** zum Magnetfeld $v_{\perp}$ und **parallel** zum Magnetfeld $v_{\parallel}$, so entstehen die beiden Winkel φ und α . Mit Hilfe von trigonometrischen Beziehungen erhalten wir dann:

$$\begin{aligned}\cos(\varphi) &= \frac{v_{\perp}}{v} \\ \sin(\alpha) &= \frac{v_{\perp}}{v} \\ \Rightarrow \cos(\varphi) &= \sin(\alpha)\end{aligned}$$

Die anteilige Lorentzkraft berechnet sich dann zu

$$\begin{aligned}F_L &= Bev_{\perp} \\ &= Bev \cdot \cos(\varphi) \\ &= Bev \cdot \sin(\alpha)\end{aligned}$$

Analog dazu kann man nun die magnetische Feldkraft F_{mag} auf einen stromdurchflossenen Leiter, der sich schräg in einem Magnetfeld befindet, berechnen:

$$\begin{aligned}F_{mag} &= N \cdot F_L \\ &= N \cdot Bev \cdot \sin(\alpha) \\ &= N \cdot Be \cdot \frac{\Delta l}{\Delta t} \cdot \sin(\alpha) \\ &= B \cdot \frac{Ne}{\Delta t} \cdot \Delta l \cdot \sin(\alpha) \\ &= B \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot \Delta l \cdot \sin(\alpha) \\ &= B \cdot I \cdot \Delta l \cdot \sin(\alpha) \\ &= BI\Delta l \cdot \sin(\alpha)\end{aligned}$$

Also:

$$F_{mag} = BIs \cdot \sin(\alpha)$$

mit B = magnetische Flussdichte,

I = Stromstärke,

s = (sich im Magnetfeld befindliche) Leiterlänge und

α = Winkel zwischen Leiter und Magnetfeldlinie

III.3. Der Hall-Effekt

Eine sehr elegante Methode, die magnetische Flussdichte B eines Magnetfeldes zu messen ist die Messung mittels einer auf dem **HALL-Effekt** beruhenden Hallsonde.

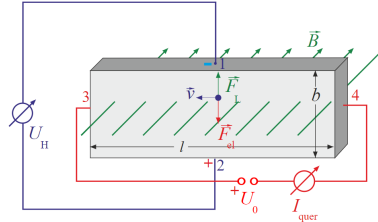


Abbildung 35: Schematische Darstellung des Hall-Effekts [39]

Durch ein Leiterplättchen der Höhe b fließt ein konstanter Strom I . Das Leiterplättchen selbst wird von einem Magnetfeld **senkrecht** durchsetzt.

1. Bewegte Ladungen im B-Feld erfahren eine Lorentzkraft F_L
 $\Rightarrow$ Elektronen erfahren eine Kraft nach oben (Drei-Finger-Regel der linken Hand) - es kommt zur Ladungsverschiebung.
2. Auf der gegenüberliegenden Seite fehlen nun negative Ladungen $\Rightarrow$ Seite ist positiv geladen.
3. Durch die Ladungstrennung entsteht ein elektrisches Feld im Inneren des Leiterplättchens.
4. Auf die bewegten Ladungen wirkt nun neben der Lorentzkraft F_L zusätzlich eine elektrische Feldkraft F_{el} . Diese ist der Lorentzkraft entgegengerichtet.
5. Es kommt so lange zur Ladungstrennung, bis die elektrische Feldkraft F_{el} genau so groß wie die Lorentzkraft F_L ist $\Rightarrow$ Stationärer Zustand:

$$F_L = F_{el}$$

$$Bev = eE$$

$$Bv = E$$

6. Getrennte Ladungen auf zwei Seiten entsprechen einem Kondensator. Hier gilt insbesondere $E = \frac{U}{b}$:

$$Bv = \frac{U_H}{b}$$

$$\Rightarrow U_H = Bvb$$

Also gilt für die Berechnung der **Hallspaltung** U_H :

$$U_H = Bvb$$

Man erkennt: Bei konstanter Stromstärke I durch das Leiterplättchen bewegen sich auch die Elektronen mit nahezu konstanter Geschwindigkeit, d.h. $v = \text{const.}$ Da die Leiterplättchenhöhe b ebenfalls konstant ist, gilt $vb = \text{const.}$ Somit gilt $U_H \sim B$ und bei Kenntnis der Leiterplättchenhöhe und der Geschwindigkeit der Elektronen (der sogenannten **Driftgeschwindigkeit**) kann man nun indirekt die magnetische Flussdichte messen.

III.3.1. Die Driftgeschwindigkeit*

Im Folgenden wollen wir überlegen, wie schnell sich eigentlich Leitungselektronen in einem elektrischen Leiter bewegen. Handelt es sich um Lichtgeschwindigkeit? Oder ähnlich wie beim Elektronenstrahl in der Braunschen Röhre im Bereich von $10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$? Oder sind sie gar noch langsamer? Dazu wollen wir die Bewegungsgeschwindigkeit, die sogenannte **Driftgeschwindigkeit** beispielhaft für einen Kupferdraht bestimmen.

Betrachten wir ein Leiterelement der Länge s , an den bereits ein Strom angelegt ist:

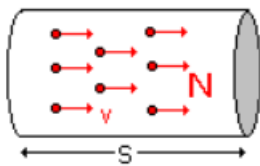


Abbildung 36: Ein Leiterelement der Länge s mit angelegtem Strom. [40]

Alle Leitungselektronen fließen in eine Richtung mit der Geschwindigkeit $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, bzw. $\Delta t = \frac{\Delta s}{v}$. Mit $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ erhalten wir dann

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta Q}{\Delta t} \\ &= \frac{N \cdot e}{\Delta t} \\ &= \frac{N \cdot e \cdot v}{\Delta s} \\ \Rightarrow v &= \frac{I \cdot \Delta s}{Ne} \end{aligned}$$

Diese Gleichung eignet sich jedoch noch nicht wirklich, um einen Zahlenwert für die Geschwindigkeit v zu erhalten. Wie groß ist die Gesamtzahl der Elektronen N ? Welche Leiterlänge s sollen wir annehmen? Also formen wir etwas um:

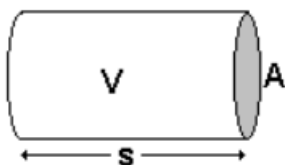


Abbildung 37: Die Ausmaße des Leiterelements [40]

Wir führen die **Elektronendichte** $n = \frac{N}{V}$ ein. Umformen nach N : $N = nV$. Damit erhalten wir

$$\begin{aligned} v &= \frac{I \cdot \Delta s}{Ne} \\ &= \frac{I \cdot \Delta s}{nV \cdot e} & | V = A \cdot \Delta s \\ &= \frac{I \cdot \Delta s}{nA \Delta s \cdot e} \\ &= \frac{I}{nAe} \end{aligned}$$

Nun müssen wir noch einen Wert für die Elektronendichte n finden. Dazu nehmen wir beispielhaft Kupfer: 1 Mol Kupfer hat $6,02 \cdot 10^{23}$ Atome mit der Atommasse 64 (diesen Wert erhalten wir aus dem Periodensystem der Elemente). Das bedeutet: 1 Mol Kupfer hat die Masse 64g. Rechnen wir also mit $m = 64\text{g}$.

Stark vereinfacht gilt für Kupfer: Jedes Atom besitzt ein Leitungselektron, d.h. in 64g Kupfer stehen 1 Mol = $6,02 \cdot 10^{23}$ Leitungselektronen zur Verfügung. Die Dichte ρ von Kupfer beträgt $\rho_{Cu} = 8,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Somit erhalten wir über $\rho_{Cu} = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho_{Cu}} = \frac{64\text{g}}{8,92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \approx 7,17 \text{cm}^3$.

Kurze Zusammenfassung: In $V = 7,17\text{cm}^3$ Kupfer befinden sich dann

$$n = \frac{N}{V} = \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{7,17\text{cm}^3} = 8,4 \cdot 10^{22} \frac{1}{\text{cm}^3} = 8,4 \cdot 10^{28} \frac{1}{\text{m}^3}$$

Elektronen pro Kubikmeter.

Nun können wir endlich die **Driftgeschwindigkeit** v berechnen. Nehmen wir dazu einen Leiterquerschnitt von $A = 1\text{mm}^2$ mit einer angelegten Stromstärke von 1 A an:

$$\begin{aligned} v &= \frac{I}{nAe} \\ &= \frac{1\text{A}}{8,4 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{m}^3} \cdot 1 \cdot 10^{-6}\text{m}^2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}} \\ &= 7,4 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Das bedeutet: Die Elektronen bewegen sich mit einer Geschwindigkeit von gerade einmal knapp 0,1 mm pro Sekunde! Das überrascht doch tatsächlich, ergibt bei genauerer Überlegung jedoch durchaus Sinn: Leitungselektronen verharren ohne einen angelegten Strom eben nicht in Ruhe, sie bewegen sich kreuz und quer im Raum, so dass eine Durchschnittsgeschwindigkeit (entspricht der **Driftgeschwindigkeit**) von $0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ergibt. Legen wir einen Strom an, so wird diese vorher zufällige Bewegung lediglich in eine Richtung gerichtet, die Elektronen fließen nun mit der vorigen Geschwindigkeit (evtl. geringfügig schneller, sie hängt ja auch von der angelegten Stromstärke ab) - aber eben zusammen in eine Richtung mit der **Driftgeschwindigkeit** v .

III.4. Die magnetische Flussdichte einer langen Spule

Im Folgenden wollen wir das homogene Magnetfeld im inneren einer **langen Spule** (= Spule, dessen Länge deutlich größer als der Spulenquerschnitt ist) etwas genauer betrachten. Wir erinnern uns: Fließt durch eine Spule ein Strom, so entsteht ein Magnetfeld, das dem eines Stabmagneten sehr ähnlich ist (siehe Abb(31(a)), Abb(31(b)) und Abb(31)). Im Inneren der Spule entsteht insbesondere ein annähernd homogenes Magnetfeld:

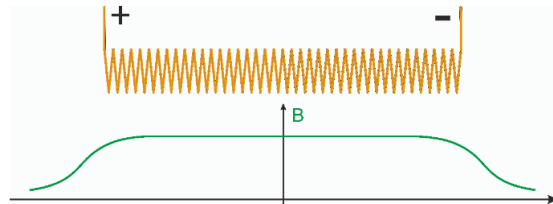


Abbildung 38: Magnetfeldverlauf der langen Spule. [41]

Um die magnetische Flussdichte B quantitativ zu bestimmen, müssen wir uns zuerst überlegen, von welchen physikalischen Größen diese abhängen könnte (**Hypothesenbildung**), um anschließend ein Experiment durchzuführen, mit dem diese Hypothesen einzeln untersucht werden.

Führt man das Experiment aus, so findet man folgende Ergebnisse:

1. $B \sim I_{err}$
2. $B \sim n$
3. $B \sim \frac{1}{l}$
4. Ein Material im Inneren der Spule skaliert B um den Faktor μ_r (**magnetische Permeabilität**)

Zusammengefasst erhält man die Proportionalität

$$B \sim \mu_r \cdot I_{err} \cdot \frac{n}{l}$$

Der Proportionalitätsfaktor $\frac{B}{\mu_r \cdot I_{err} \cdot \frac{n}{l}} = \mu_0$ heißt **magnetische Feldkonstante** und ist eine universelle Naturkonstante.

Insgesamt gilt also:

$$B = \mu_0 \mu_r I_{err} \frac{n}{l}$$

mit $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$ = **magnetische Feldkonstante**,

μ_r = **magnetische Permeabilität** (auch: relative Permeabilität), materialabhängig, ohne Einheit

I_{err} = an die Spule angelegte **Erregerstromstärke**,

n = Windungszahl der langen Spule (ohne Einheit) und

l = Länge der langen Spule.

Anmerkungen:

1. Die magnetische Flussdichte B ist nicht vom Spulenquerschnitt A abhängig:
Man betrachtet zwei einzelne Spulen der Querschnittsfläche A . Die magnetische Flussdichte wird über Feldlinien visualisiert, die einen konstanten und gleichen Abstand zueinander haben (da es sich um ein homogenes Feld handelt).
Vereint man die beiden Querschnittsflächen zu einer neuen mit doppelter Fläche $2A$, so stellt man fest: Es verdoppelt sich zwar die Anzahl an Feldlinien, die durch $2A$ verlaufen, aber **nicht** die Feldliniendichte. Diese ist aber ein Maß für die magnetische Fluss**dichte** B . Also muss B unabhängig von A sein.
2. Die magnetische Permeabilität μ_r ist materialabhängig. Generell kann man sagen, dass ferromagnetische Stoffe einen sehr hohen Wert für μ_r aufweisen können, während andere Arten von Stoffen tendenziell einen niedrigeren Wert aufweisen. Hier eine kleine Übersicht über einige Materialien und deren magnetische Permeabilität:

Material	magnetische Permeabilität μ_r
Supraleiter	0
Kupfer	0,999 990
Wasser	0,999 991
Vakuum	Exakt 1 (per Definition)
Luft	1,000 000 4
Kobalt	80 - 100
Eisen	300 - 10000

Tabelle 2: Liste von Materialien und ihrer magnetischer Permeabilität. ²**III.5. Die magnetische Flussdichte eines Helmholtzspulenpaars***

To do

III.6. Teilchen im homogenen magnetischen Feld

Bewegt sich ein elektrisch geladenes Teilchen der Ladung q mit der Geschwindigkeit v **senkrecht** zu den Feldlinien eines magnetischen Feldes der magnetischen Flussdichte B , so erfährt das Teilchen eine Lorentzkraft F_R , die senkrecht zur Bewegung $\vec{v}$ und zu den Feldlinien gerichtet ist (siehe III.2: *Die Lorentzkraft*).

Durch die Lorentzkraft ändert sich die Bewegungsrichtung des Teilchens leicht. Mit dieser Änderung dreht sich aber auch entsprechend die Wirkungsrichtung der Lorentzkraft, da diese ja stets senkrecht zur Bewegungsrichtung verläuft.

²Entnommen aus Wikipedia: https://de.wikipedia.org/wiki/Magnetische_Permeabilit%C3%A4t 25.01.2024

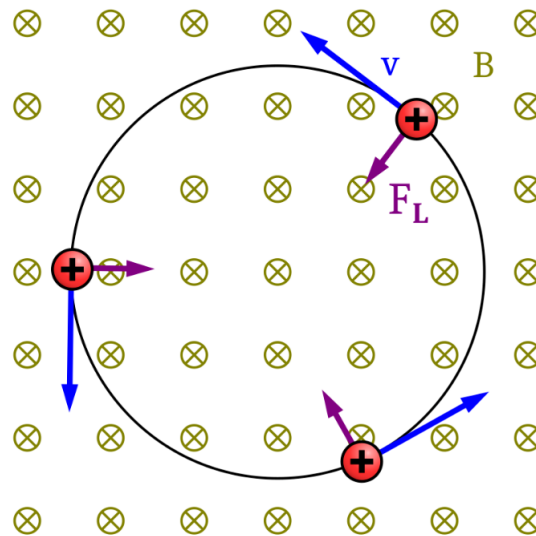


Abbildung 39: Ein positiv geladenes Teilchen erfährt im magnetischen Feld eine Lorentzkraft. Diese steht immer senkrecht zur Bewegungsrichtung, wirkt also als Zentripetalkraft, welche die Teilchen auf eine Kreisbahn zwingt. [42]

Wie man erkennt, wirkt die Lorentzkraft hier als Zentripetalkraft, weshalb das Teilchen eine Kreisbahn durchläuft. Der Radius dieser Kreisbahn ist bestimmbar über:

$$\begin{aligned}
 F_L &= F_Z \\
 Bqv &= \frac{mv^2}{r} \\
 \Rightarrow r &= \frac{Bq}{mv}
 \end{aligned}$$

Beachte: Da die Lorentzkraft senkrecht zur Bewegungsrichtung steht, wirkt diese weder beschleunigend, noch abbremmend. Es handelt sich lediglich um eine Kraft zur Richtungsänderung, weshalb ein Teilchen, dass sich gleichförmig bewegt, auf der Kreisbahn weiterhin eine gleichförmige Bewegung durchläuft (sofern keine anderen Kräfte angreifen).

III.7. Teilchen im überlagerten E- und B-Feld

III.7.1. Das Wienfilter

Wir betrachten nun einen Kondensator, in dem eine Spannung U anliegt und welcher senkrecht zu den elektrischen Feldlinien mit einem magnetischen Feld B durchsetzt ist. Ein solcher Aufbau heißt **Wienfilter** oder **Wiensches Filter**. Tritt nun ein Teilchen der Ladung q in den mit zwei Feldern überlagerten Kondensator, so erfährt dieses eine elektrische Feldkraft F_{el} sowie eine Lorentzkraft F_L . Passt man das elektrische Feld (oder wahlweise das magnetische Feld) entsprechend, so wirkt die elektrische Feldkraft der Lorentzkraft entgegen. Soll das Teilchen nicht abgelenkt werden, d.h. geradlinig durch die beiden Felder hindurchfliegen, so muss der Betrag der elektrischen Feldkraft F_{el}

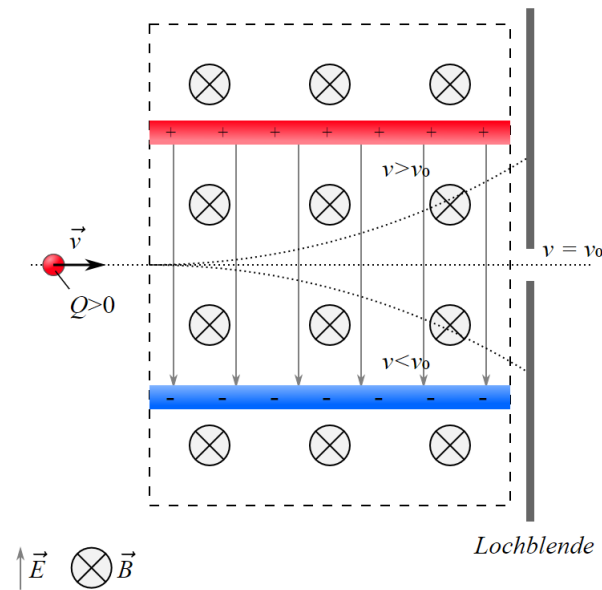


Abbildung 40: Ein Kondensator, der von einem magnetischen Feld durchsetzt ist. [43]

genau von der Lorentzkraft F_L aufgehoben werden:

$$\begin{aligned}
 F_{el} &= F_L \\
 Eq &= Bqv \\
 E &= Bv \\
 \Rightarrow v &= \frac{E}{B}
 \end{aligned}$$

Nur Teilchen mit der Geschwindigkeit $v_0 = \frac{E}{B}$ verlassen also das WIENfilter bei vorgegebenem E und B , alle anderen Teilchen mit anderen Geschwindigkeiten $v \neq v_0$ werden aber abgelenkt und treffen auf die Blende. Somit handelt es sich bei einem WIENfilter um ein **Geschwindigkeitsfilter**.

Man erkennt auch: Das Filtern der Geschwindigkeit ist unabhängig von der Ladung der Teilchen (solange es nur irgendwie geladen ist).

Anmerkung zu den Feldern: Elektrische und magnetische Felder beeinflussen sich hier nicht gegenseitig. Im elektrischen Feld wirkt die elektrische Feldkraft unabhängig davon, ob ein magnetisches Feld vorhanden ist und anders herum. Man spricht hierbei von einer **ungestörten Überlagerung** von Feldern.

III.7.2. Das Massenspektrometer

Baut man hinter einem WIENfilter ein Magnetfeld mit Detektoren auf, so erhält man ein **Massenspektrometer** oder auch **Massenspektograph**.

Die Teilchen, die das WIENfilter passieren können und somit in das anschließende magnetische Feld der magnetischen Flussdichte B eintreten, haben alle die gleiche Geschwindigkeit $v = v_0$, können sonst aber unterschiedliche Massen aufweisen. Zudem sorgt man dafür, dass alle Teilchen gleich stark geladen sind (also beispielsweise die Ladung $1q$ tragen) und somit unterscheiden sich die Teilchen im

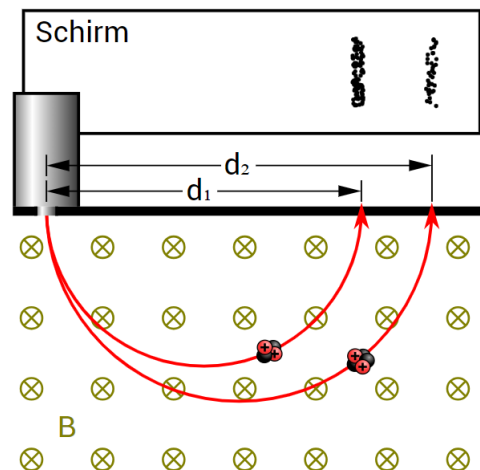


Abbildung 41: Im grauen Kasten befindet sich ein WIENfilter, welches geladene Teilchen mit speziellen Geschwindigkeiten in das darauf folgende magnetische Feld entlässt. Die Teilchen durchlaufen daraufhin eine Kreisbahn und werden auf einem Schirm detektiert.[44]

B-Feld nur noch in ihrer Masse m .
Im B-Feld gilt dann:

$$\begin{aligned}
 F_L &= F_Z \\
 Bqv_0 &= \frac{mv_0^2}{r} \\
 \Rightarrow r &= \underbrace{\frac{v_0}{Bq}}_{=\text{const}} \cdot m \\
 \Rightarrow r &\sim m
 \end{aligned}$$

Man erkennt eine Proportionalität von r in m , d.h. je größer die Masse des Teilchens, desto größer auch die durchflogene Kreisbahn. Somit sortiert ein Massenspektrometer die Teilchen nach Masse.

III.8. Teilchenbeschleuniger

To do

IV. Elektromagnetische Induktion

IV.1. Induktion in einem Leiter

Wir betrachten erneut das uns bekannte Experiment: Die [Leiterschaukel](#).

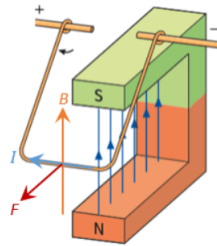


Abbildung 42: Leiterschaukelexperiment: Der Leiter wird mechanisch ausgelenkt. Eine Spannung kann während des Bewegungsvorgangs an den Enden des Leiters abgegriffen werden. Beachte: Eingezeichnet ist die technische Stromstärke I , nicht die Elektronenbewegungsrichtung. [35]

Dieses mal wird allerdings keine Spannung an die Leiterschaukel angelegt. Statt dessen wird die Leiterschaukel mechanisch (d.h. von Hand) ausgelenkt, während die beiden Leiterenden an ein Messgerät angeschlossen sind. Man beobachtet während der Auslenkungsbewegung eine Spannung, die sogenannte [Induktionsspannung](#) U_{ind} . Bewegt man die Leiterschaukel wieder in das Feld hinein, so kann man auch hier eine Spannung beobachten - allerdings mit umgekehrtem Vorzeichen. Wichtig ist anzumerken: Ist der Leiter in Ruhe (egal ob im Feld oder außerhalb), so ist keine Spannung zu messen.

Erklärung des Auftretens der Induktionsspannung

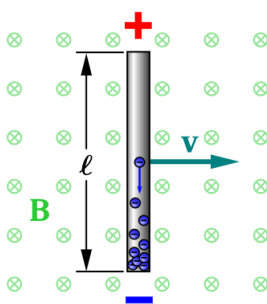


Abbildung 43: Ein Leiterelement der Länge l wird innerhalb des Magnetfeldes bewegt. [45]

In einem elektrisch neutralen Leiter befinden sich frei bewegliche Elektronen. Bewegt man den kompletten Leiter senkrecht zu den Feldlinien des magnetischen Feldes, so werden auch die Elektronen im Inneren des Leiters mitbewegt. Durch diese Bewegung erfahren die Elektronen eine Lorentzkraft F_L . Diese Lorentzkraft bewegt die Elektronen an ein Ende des Leiters. Durch diese Ladungsverschiebung baut sich gleichzeitig ein elektrisches Feld auf. Durch dieses wirkt neben der Lorentzkraft F_L nun auch eine elektrische Feldkraft F_{el} . Diese wird im Verlauf der Ladungsverschiebung betragsmäßig immer größer, so lange, bis sich die beiden Kräfte gegenseitig aufheben. Die Ladungsverschiebung kommt zum Stillstand, die Induktionsspannung U_{ind} ist dann maximal. Hört die Bewegung des Leiters auf, so wirkt keine Lorentzkraft mehr und die Elektronen verteilen sich wieder gleichmäßig im Leiter (aufgrund von elektrischen und Abstoßungseffekten) - es ist dann insbesondere keine Induktionsspannung mehr messbar.

Im Fall des Kräftegleichgewichts zwischen F_L und F_{el} gilt:

$$\begin{aligned} F_L &= F_{el} \\ Bev &= E \cdot e \\ &= \frac{U_{ind}}{l} \cdot e \\ \Rightarrow U_{ind} &= Bvl \end{aligned}$$

Somit:

$$U_{ind} = Bvl$$

mit B = magnetische Flussdichte,

v = Bewegungsgeschwindigkeit des Leiters (und somit der Elektronen) und

l = Leiterlänge.

IV.2. Der magnetische Fluss

Wir betrachten die Größe **der magnetische Fluss Φ** am Beispiel der langen Spule.

Anschaulich betrachtet beschreibt der **magnetische Fluss Φ** die Anzahl an Feldlinien, die durch die Querschnittsfläche A einer langen Spule laufen.

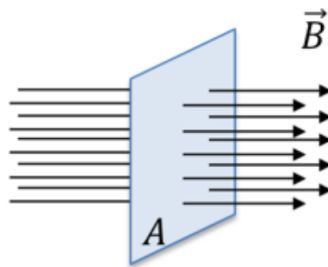


Abbildung 44: Anschauliche Darstellung des magnetischen Flusses.[46]

Dadurch definiert sich der magnetische Fluss zu

$$\Phi = B \cdot A$$

IV.3. Das Induktionsgesetz nach Faraday

IV.3.1. Teil 1: Flächenänderung

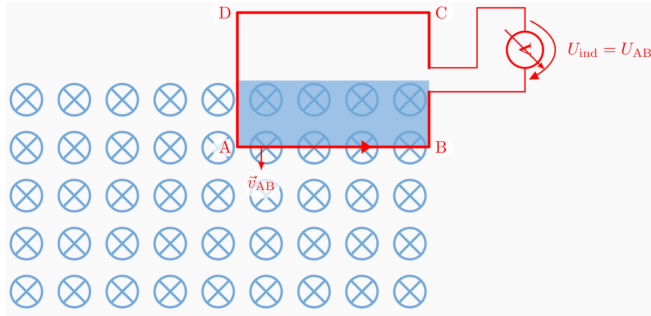


Abbildung 45: Eintauchen in das Feld. [47]

Eine Leiterschleife bewegt sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ gleichförmig in ein magnetisches Feld der magnetischen Flussdichte B . Während des Eintauchens ist eine Induktionsspannung U_{ind} messbar.

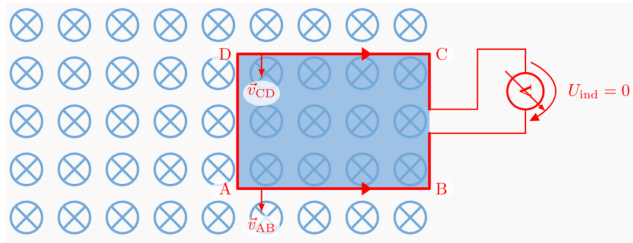


Abbildung 46: Komplette im Feld. [47]

Sobald sich die Leiterschleife komplett im Feld befindet, ist trotz weiterhin gleichförmiger Bewegung keine Induktionsspannung mehr messbar: $U_{ind} = 0V$.



Abbildung 47: Verlassen des Feldes. [47]

Erst ab dem Verlassen des Feldes kann erneut eine Induktionsspannung gemessen werden. Nur dieses Mal mit umgekehrtem Vorzeichen.

IV.3.1.1. Herleitung: Teil 1

Wir stellen fest: Nur, wenn sich die vom Magnetfeld durchsetzte Fläche (in den Abbildungen blau markiert) ändert, ist eine Induktionsspannung U_{ind} messbar. Wir nennen diese Fläche die **wirksame Fläche A_s** . Bewegt sich das Leiterrähmchen also in das Feld hinein, so ändert sich die wirksame Fläche A_s mit der Zeit, also ist A_s zeitabhängig: $A_s(t)$. Die Fläche lässt sich als Rechtecksfläche über Länge mal Breite berechnen. Die Länge der Fläche $\overline{AB} = \overline{DC}$ nennen wir l . Die Breite ist zeitabhängig: Je weiter die Leiterschleife in das Feld eingetaucht ist, desto größer ist diese Strecke. Wir nennen sie Δs . Die Änderung der wirksamen Fläche ΔA_s zwischen zwei Zeitpunkten t_1 und t_2 berechnet sich dann zu

$$\begin{aligned}\Delta A_s &= l \cdot \Delta s \\ &\quad \underbrace{=}_{\Delta s = v \cdot \Delta t} l \cdot v \cdot \Delta t \\ \Rightarrow \frac{\Delta A_s}{\Delta t} &= l \cdot v\end{aligned}$$

Der Term $\frac{\Delta A_s}{\Delta t}$ beschreibt eine zeitliche Änderung der wirksamen Fläche A_s . Mathematisch lässt sich eine zeitliche Änderung präziser über eine momentane Änderungsrate abbilden, d.h. mit Hilfe einer zeitlichen Ableitung:

$$\frac{\Delta A_s}{\Delta t} = \dot{A}_s(t)$$

Somit ist

$$\dot{A}_s(t) = l \cdot v \quad (3)$$

Wir kennen bereits einen Term zur Bestimmung der Induktionsspannung in einem sich bewegenden Leiter (siehe IV.1: *Induktion in einem Leiter*):

$$U_{ind} = B \cdot lv \quad (4)$$

Setzen wir nun Gl(3) in Gl(4) ein, so erhalten wir:

$$U_{ind}(t) = B \cdot \dot{A}_s(t)$$

Diese Gleichung sagt aus, dass eine Induktionsspannung nur dann messbar ist, wenn sich die wirksame Fläche mit der Zeit ändert.

$$A_s \neq \text{const} \Rightarrow \dot{A}_s \neq 0 \Rightarrow U_{ind} \neq 0$$

Ist die wirksame Fläche konstant, also wenn sich das Leiterrähmchen beispielsweise komplett im Feld befindet, so ist der Ableitungsterm Null, weshalb die Induktionsspannung ebenfalls 0 ergibt:

$$A_s = \text{const} \Rightarrow \dot{A}_s = 0 \Rightarrow U_{ind} = 0$$

Anmerkung

Eine Änderung der wirksamen Fläche A_s ist nicht nur durch eine hinein- oder herausbewegung einer Leiterschleife möglich. Alternativ kann man die Leiterschleife komplett innerhalb des Feldes drehen: Die vom Magnetfeld durchsetzte Fläche (also A_s) ändert sich durch die Drehbewegung ständig. Somit haben wir eine einfache Methode gefunden, Wechselspannung zu erzeugen.

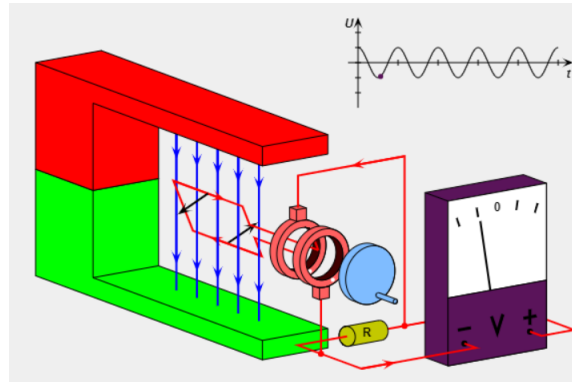


Abbildung 48: Eine rotierende Spule im Inneren eines homogenen Magnetfelds erzeugt aufgrund des Induktionsgesetzes eine Wechselspannung. [48]

IV.3.1.2. Alternative Argumentation des Spannungsauftritts über die Lorentzkraft

In unserem obigen Experiment wird beim Eintauchen in das Feld in den Leiter AB eine Spannung U_{AB} induziert. Ursache ist die Bewegung der Elektronen, die durch die Leiterbewegung eine Lorentzkraft nach links (Drei-Finger-Regel) erfahren und sich dadurch in Bewegung setzen. Es folgt ein (Induktions)Strom und somit die messbare Induktionsspannung. Diese Spannung ist so lange vorhanden, bis der hintere Leiterteil DC in das Feld eintritt. Dann wird auch in diesem Leiter eine Induktionsspannung U_{DC} durch Elektronenbewegung induziert. Allerdings bewegen sich die Elektronen im oberen Teil DC ebenfalls nach links, also entgegengesetzt zur Elektronenflussrichtung, die durch die Bewegung von AB verursacht wird. Beide Induktionsströme heben sich also gegenseitig auf, weshalb dann keine Induktionsspannung mehr messbar ist. Erst beim Austritt des Leiters AB kann wieder ein Induktionsstrom (bedingt durch die Bewegung von DC) fließen. Dieser ist dann aber umgekehrt gepolt, da sich die Elektronenflussrichtung umgedreht hat.

IV.3.2. Teil 2: Magnetfeldänderung

Wir betrachten erneut eine Leiterschleife im magnetischen Feld. Diese wird nun fest verankert, eine Bewegung oder Rotation ist dabei nicht mehr möglich. Statt dessen wird die magnetische Flussdichte gleichmäßig erhöht oder verringert.

Man stellt fest: Ändert sich die magnetische Flussdichte, so ist auch hier eine Induktionsspannung messbar. Dabei unterscheidet sich das Vorzeichen der Induktionsspannung je nachdem, ob sich das Magnetfeld aufbaut oder abbaut. Ändert sich die magnetische Flussdichte nicht, so ist auch keine Induktionsspannung mehr messbar. Die zeitliche Änderung der magnetischen Flussdichte können wir erneut über eine momentane Änderungsrate beschreiben: $\frac{\Delta B}{\Delta t} = \dot{B}(t)$.

Kurz zusammengefasst ist also Folgendes zu beobachten:

$$B \neq \text{const} \Rightarrow \dot{B} \neq 0 \Rightarrow U_{\text{ind}} \neq 0$$

$$B = \text{const} \Rightarrow \dot{B} = 0 \Rightarrow U_{\text{ind}} = 0$$

Bei sich zeitlich änderndem Magnetfeld $\dot{B}(t)$ und konstanter wirksamer Fläche A_s berechnet sich die Induktionsspannung dann zu

$$U_{\text{ind}}(t) = \dot{B}(t) \cdot A_s$$

IV.3.3. Zusammenhang zum magnetischen Fluss

Mit den beiden Größen B und A_s kann auch der magnetische Fluss durch die Leiterschleife beschrieben werden:

$$\Phi(t) = B(t) \cdot A_s(t)$$

Dieser ist zeitabhängig, da ja die einzelnen Faktoren ebenfalls zeitabhängig sein können.

Nun leiten wir den magnetischen Fluss nach der Zeit ab und bilden $\dot{\Phi}(t)$. Achtung: Dazu muss die Produktregel angewendet werden!

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}(t) &= (B(t) \cdot A_s(t)) \\ &= \underbrace{B(t) \cdot \dot{A}_s(t)}_{U_{\text{ind}} \text{ Teil 1}} + \underbrace{\dot{B}(t) \cdot A_s(t)}_{U_{\text{ind}} \text{ Teil 2}} \\ &= U_{\text{ind,ges}}(t) \end{aligned}$$

Somit erhalten wir die Gesamtinduktionsspannung als Summe der beiden Terme aus Teil 1 und Teil 2. Das ergibt ohnehin Sinn: Ist eine Flächenänderung vorhanden, aber keine Magnetfeldänderung, so trägt nur der erste Summand zur Induktionsspannung bei. Liegt eine Magnetfeldänderung, aber keine Flächenänderung vor, so ist nur der zweite Term relevant. Ist allerdings sowohl eine Magnetfeldänderung, als auch eine Flächenänderung vorhanden, so beschreibt der Term dies ebenfalls, wobei dann eben beide Summanden ungleich Null sind.

Insgesamt kann man die induzierte Spannung U_{ind} also über die zeitliche Ableitung des magnetischen Flusses bestimmen. Bei diesem Gesetz handelt es sich um das [Induktionsgesetz nach Faraday](#) (dieses ist aber noch nicht ganz vollständig, weshalb es sich bei der Gleichung noch um eine vorläufige Version handelt):

$$U_{ind}(t) = n \cdot \dot{\Phi}(t)$$

$$= n \cdot \left(B(t) \cdot \dot{A}_s(t) + \dot{B}(t) \cdot A_s(t) \right)$$

mit n = Anzahl Windungen der Leiterschleife (im Versuch haben wir eine Leiterschleife mit nur 1 Windung betrachtet, also $n = 1$. Allgemein kann man aber mehrere Windungen nutzen, d.h. man nutzt eine Spule, um die Induktionsspannung zu erhöhen) und Φ = magnetischer Fluss.

IV.4. Die Lenzsche Regel

Bewegt sich ein Leiter (und somit auch die Elektronen im Inneren) in einem magnetischen Feld, so erfahren die Elektronen eine Lorentzkraft (rot in der Abbildung). Durch diese Lorentzkraft bewegen sich Elektronen im Leiter und wir beobachten eine Induktionsspannung, bzw. einen Induktionsstrom. Aber mehr noch: Durch die erneute Elektronenbewegung, die ja ebenfalls senkrecht zum Magnetfeld verläuft, erfahren die Elektronen nochmals eine weitere Lorentzkraft (grün in der Abbildung). Die Summe dieser Lorentzkräfte wirkt wiederum auf den Leiter und sorgt für eine **Bremswirkung**.

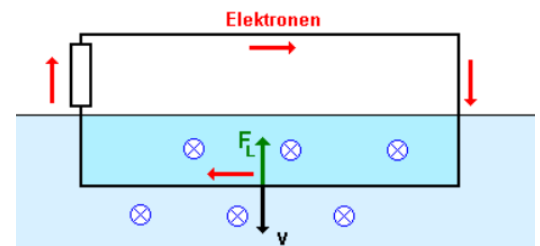


Abbildung 49: Ein sich in einem Magnetfeld bewegendem Leiter erfährt eine Bremskraft. [49]

HEINRICH FRIEDRICH EMIL LENZ formulierte dieses Phänomen in Form der [LENZschen Regel](#):

Der Induktionsstrom ist stets so gerichtet, dass er der Ursache seiner Entstehung entgegenwirkt.

Damit lässt sich die obige Situation auch anders erklären: Durch die Bewegung des Leiters im Magnetfeld entsteht eine Induktionsspannung und ein Induktionsstrom im Leiter. Dieser ist so gerichtet, dass er der Ursache seiner Entstehung, also der Bewegung des Leiters, entgegenwirkt und es kommt zur Bremswirkung.

IV.4.1. Der Thompsonsche Ringversuch

Wir betrachten das folgende Experiment: Ein geschlossener Aluminiumring hängt an einem Faden.

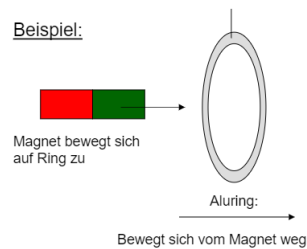


Abbildung 50: Ein Stabmagnet bewegt sich auf einen Aluminiumring zu. [50]

Bewegt man einen Stabmagnet ins Innere des Rings, so wird dieser abgestoßen und bewegt sich nach außen weg - und das obwohl der Aluminiumring nicht magnetisch ist.

Die Erklärung liefert erneut die [LENZsche Regel](#):

Kommt der Magnet mit seinem permanenten Magnetfeld in die Nähe des Aluminiumrings, ändert sich im Ring das Magnetfeld (durch Annäherung wird es nämlich größer). Diese Magnetfeldänderung hat eine Änderung des magnetischen Flusses Φ zur Folge und somit wird ein Induktionsstrom im Aluminium nach dem Induktionsgesetz nach FARADAY ($U_{ind} = -n\dot{\Phi}$) induziert. Dieser Induktionsstrom ist ein [Wirbelstrom](#) (= ein in sich geschlossener Stromfluss) im Ring und hat wiederum ein eigenes Magnetfeld um den Aluminiumring zur Folge, das nach LENZ so gerichtet ist, dass es dem ursprünglichen Magnetfeld entgegengerichtet ist. Es kommt zur Abstoßung der beiden Magnetfelder.

Anmerkung: Ist der Aluminiumring nicht geschlossen (hat er also z.B. einen kleinen Schlitz), so kann kein Wirbelstrom fließen, weshalb sich auch kein abstoßendes Magnetfeld aufbauen kann. Der Versuch funktioniert also nur mit einem geschlossenen Ring.

Ein sehr ähnlicher Versuch ist der [THOMPSONsche Ringversuch](#):

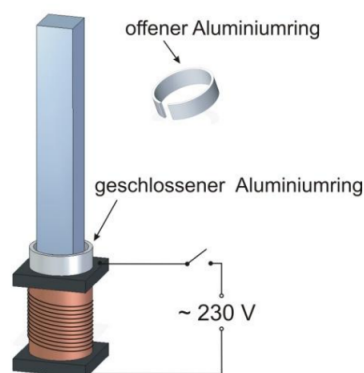


Abbildung 51: Der THOMPSONsche Ringversuch. [51]

Eine Spule um einen Eisenkern dient als an- und ausschaltbarer Elektromagnet. Der Eisenkern ragt über die Spule hinaus, sodass ein geschlossener Aluminiumring darauf Platz findet. Schließt man nun den Schalter, so baut sich um die Spule ein Magnetfeld auf. Es kommt während dessen zu einem Induktionswirbelstrom im Ring (wegen $U_{ind} = -n \cdot \dot{\Phi}$), welcher ebenfalls ein Magnetfeld aufbaut, das

nach LENZ dem äußeren Magnetfeld (also dem der Spule) entgegengerichtet ist. Der Ring wird nach oben geschleudert.

Ist der Aluminiumring offen, so kann kein Wirbelstrom entstehen und kein Abstoßungseffekt ist beobachtbar - wohl aber eine Induktionsspannung.

IV.4.2. Die Wirbelstrombremse

Die Entstehung von [Wirbelströmen](#) kann effektiv dazu genutzt werden, Gegenstände abzubremesen.
To do

IV.5. Das finale Induktionsgesetz nach Faraday

Das von uns vorläufig erarbeitete Induktionsgesetz lautet $U_{ind} = n \cdot \dot{\Phi}$. Nach Lenz ist der zugehörige Induktionsstrom so gepolt, dass er der Ursache seiner Entstehung entgegenwirkt. Demnach ist auch die Induktionsspannung umgekehrt gepolt - auch wenn kein Induktionsstrom auftritt. Somit müssen wir die umgekehrte Polung in Form eines Minuszeichens mit in das Induktionsgesetz aufnehmen. Die finale Version des Induktionsgesetzes nach FARADAY lautet dann:

$$\begin{aligned} U_{ind}(t) &= -n \cdot \dot{\Phi}(t) \\ &= -n \cdot \left(B(t) \cdot \dot{A}_s(t) + \dot{B}(t) \cdot A_s(t) \right) \end{aligned}$$

Das Minuszeichen gibt also die Polung der Spannung und die Richtung des Induktionsstroms an.

IV.5.1. Anwendung: Induktionskochherd

To do

IV.5.2. Anwendung: Induktives Laden

To do

IV.6. Selbstinduktion

IV.6.1. Selbstinduzierte Spannung in einer langen Spule

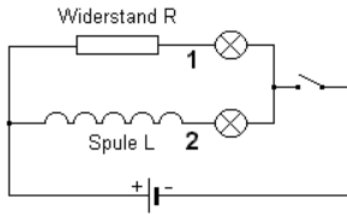


Abbildung 52: Schaltplan des Versuchs zur Selbstinduktion. [52]

Wir betrachten einen Versuchsaufbau gemäß des links abgebildeten Schaltkreises: Zwei Lämpchen L_1 und L_2 sind parallel an eine Spannungsquelle U_0 geschaltet. Nach KIRCHHOFF fällt an beiden Lämpchen dann die gleiche Spannung U_0 ab. Vor L_1 ist ein Vorwiderstand R in Reihe geschaltet, von L_2 eine Spule, die den gleichen Innenwiderstand R aufweist. Somit befinden sich in beiden Verzweigungen des Stromkreises die baugleichen Lämpchen, sowie ein gleich großer Vorwiderstand. Mit dem Schalter S können wir den Stromkreis schließen, bzw. wieder öffnen.

Schließen wir den Schalter S , so ist der Stromkreis geschlossen und die beiden Lämpchen leuchten auf. **ABER:** Lämpchen L_2 leuchtet **später** auf als Lämpchen L_1 !

Das ist erstaunlich, da beide Stromzweige quasi identische Ausgangsbedingungen haben: Baugleiche Lämpchen und gleiche Vorwiderstände. Offensichtlich muss etwas in der Spule passieren, dass das Aufleuchten des zweiten Lämpchens verzögert. Die zugehörigen I-t- und U-t-Diagramme bei L_2 während des Ein- und Ausschaltvorgangs sehen folgendermaßen aus:

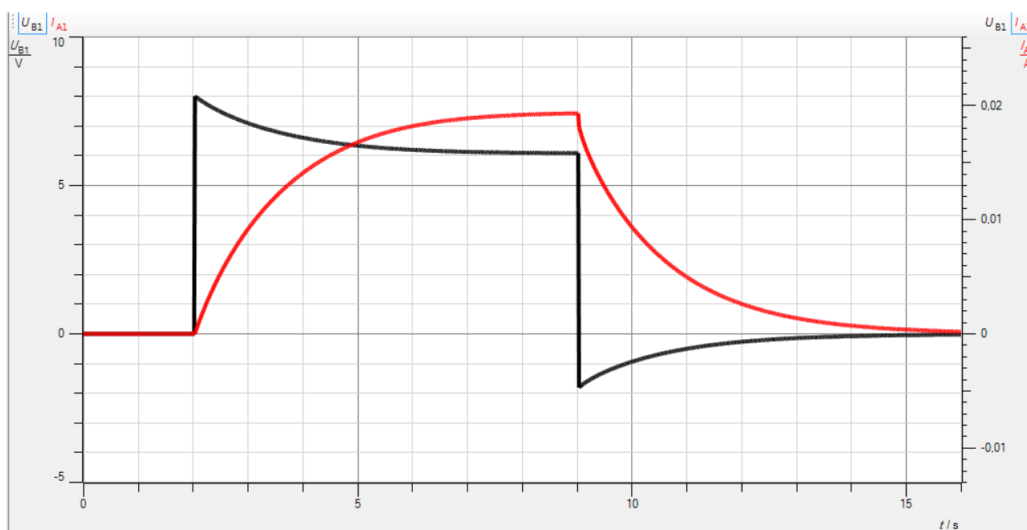


Abbildung 53: Der Ein- und Ausschaltvorgang einer langen Spule. [53]

Wir beobachten beim Einschalten also einen langsamen Anstieg der Stromstärke, solange bis die Ausgangsstromstärke I_0 erreicht ist. Dasselbe Phänomen beobachten wir auch beim Ausschaltvorgang: Der Strom fällt nicht direkt auf 0 ab, sondern zeitlich verzögert.

Betrachtet man die Spannung, so fällt auf: Direkt beim Einschaltvorgang (also bei $t = 0$ s) entsteht ein **Spannungsspeak**, der sogar höher ist, als die angelegte Spannung U_0 . Erst mit der Zeit fällt die Spannung auf den Wert von U_0 ab. Beim Ausschaltvorgang fällt die Spannung auch nicht direkt auf 0 ab, es ist vielmehr eine umgepolte Spannung zu beobachten, die ebenfalls mit der Zeit abnimmt, bis sie 0 erreicht.

Erklärung

Beim Einschaltvorgang fließt elektrischer Strom durch die Spule. Das hat ein sich schnell aufbauendes magnetisches Feld zur Folge (Vgl. III.1.2: Elektromagnete). Während sich das Feld **aufbaut**, ändert sich die magnetische Flussdichte $B(t)$ innerhalb der Spule und somit auch der magnetische Fluss $\Phi(t)$. Nach dem **Induktionsgesetz nach FARADAY** wird also eine Spannung induziert - und zwar in die Spule selbst. Mit dieser Induktionsspannung geht auch ein Induktionsstrom einher. Dieser Induktionsstrom ist nach LENZ der Ursache seiner Entstehung entgegengerichtet - also dem Stromanstieg im Stromkreis bei Umlegen des Schalters! Somit wird der eigentliche Stromanstieg durch einen Induktionsstrom abgebremst. Ist das um die Spule entstandene Magnetfeld (nach sehr kurzer Zeit) voll aufgebaut, so ändert sich auch das Magnetfeld nicht mehr um somit ist $\dot{\Phi} = 0$. Damit gibt es auch keinen Induktionsstrom mehr, der dem ursprünglichen Stromanstieg entgegen wirken könnte, weshalb nur noch die Stromstärke I_0 anliegt.

Da die Induktionsspannung innerhalb der feldaufbauenden Spule selbst auftritt, spricht man von **Selbstinduktion**. Anders als in den Versuchen mit dem Leiterrähmchen, bei dem die Induktionsspannung innerhalb des Leiterrähmchens auftrat während das magnetische Feld von einer zweiten Spule aufgebaut wurde, ist hier beides innerhalb derselben Spule der Fall.

Quantitative Betrachtung innerhalb der langen Spule

Die in die Spule induzierte Spannung U_{ind} erhalten wir über das Induktionsgesetz $U_{ind} = -n \cdot \dot{\Phi}$. Da wir hier eine Spule betrachten, deren Querschnitt konstant ist und bleibt, gilt $\dot{A}_s = 0$, weshalb sich das Induktionsgesetz vereinfacht zu $U_{ind} = -n \cdot \left(\dot{B} \cdot A_s \right)$. Gehen wir von einer langen Spule aus, so gilt $B = \mu_0 \mu_r \cdot I_{err} \cdot \frac{n}{l}$. Damit ist $\dot{B} = \mu_0 \mu_r \cdot \dot{I}_{err} \cdot \frac{n}{l}$.

$$\begin{aligned}
 U_{ind}(t) &= -n \cdot \dot{B}(t) \cdot A_s \\
 &= -n \cdot \left(\mu_0 \mu_r \frac{n}{l} \cdot \dot{I}(t) \right) \cdot A_s \\
 &= - \underbrace{\mu_0 \mu_r \frac{n^2}{l} \cdot A_s}_{=L} \cdot \dot{I}(t) \\
 &= -L \cdot \dot{I}(t)
 \end{aligned}$$

$$U_{ind}(t) = -L \cdot \dot{I}(t)$$

Der Term vor $\dot{I}(t)$, also $\mu_0 \mu_r \cdot \frac{n^2}{l} \cdot A_s$ besteht ausschließlich aus Konstanten. Wenn man genauer hinschaut stellt man fest, dass dieser Term sogar nur aus Konstanten, welche die Spule beschreiben oder aber universelle Naturkonstanten besteht. Somit können wir all diese Konstanten zusammenfassen.

Wir nennen diese neue Größe **Eigeninduktivität** L der Spule. L beschreibt dabei die Fähigkeit der Spule zur Eigeninduktion. Je größer L , desto größer ist dann auch die Induktionsspannung U_{ind} .

$$L = \mu_0 \mu_r n^2 \frac{A}{l}$$

mit $[L] = 1\text{H} = 1$ **Henry**,

n = Windungszahl (ohne Einheit),

A = Spulenquerschnitt (in m^2) und

l = Spulenlänge (in m).

IV.6.2. Einschaltvorgang der langen Spule

IV.6.3. Ausschaltvorgang der langen Spule

IV.7. Übersicht über Induktionsformeln

In den vorangegangenen Kapiteln haben wir drei verschiedene Formeln zur Berechnung einer Induktionsspannung kennen gelernt:

$U_{ind} = Bvl$	Induktion in einem Leiter
$U_{ind} = -n\dot{\Phi} = -n(B\dot{A}_s + \dot{B}A_s)$	Induktionsgesetz
$U_{ind} = -L\dot{I}$	Selbstinduktion einer Spule

Wir wollen hier festhalten, dass es sich bei diesen drei Gleichungen nicht um drei verschiedene Gleichungen handelt, sondern eigentlich nur um das Induktionsgesetz - in verschiedenen Situationen angewendet. So können wir die Induktion in einem Leiter bei konstantem B-Feld leicht aus dem Induktionsgesetz herleiten:

$$\begin{aligned}
 U_{ind} &= -n(B\dot{A}_s + \dot{B}A_s) \\
 &= -n \cdot B \cdot \dot{A}_s && | \dot{A}_s = \frac{A_s}{\Delta t} \\
 &= -n \cdot B \cdot \frac{A_s}{\Delta t} && | \text{Fläche } A_s = \text{Länge } l \cdot \text{Breite } \Delta s \\
 &= -n \cdot B \cdot \frac{l \cdot \Delta s}{\Delta t} && | \text{Gleichförmige Bewegung } \Delta s = v \cdot \Delta t \\
 &= -n \cdot B \cdot \frac{l \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta t} \\
 &= -n \cdot Blv
 \end{aligned}$$

Anmerkung: Hier sehen wir, dass wir zur Berechnung der Induktionsspannung in einem Leiter ebenfalls die LENZsche Regel in Form eines Minuszeichens ergänzen müssen. Außerdem beinhaltet diese Formel auch die Anzahl Windungen n eines Leiters (d.h. einer Leiterspule).

Auch die selbstinduzierte Spannung innerhalb der Spule geht aus dem Induktionsgesetz hervor:

$$\begin{aligned}
 U_{ind} &= -n(B\dot{A}_s + \dot{B}A_s) \\
 &= -n \cdot \dot{B}A_s \\
 &= -n \cdot \left(\mu_0 \mu_r \frac{n}{l} \cdot \dot{I}(t) \right) \cdot A_s \\
 &= - \underbrace{\mu_0 \mu_r \frac{n^2}{l}}_{=L} \cdot A_s \cdot \dot{I}(t) \\
 &= -L \cdot \dot{I}(t)
 \end{aligned}$$

V. Mechanische Schwingungen

V.1. Grundbegriffe

Unter einer **Schwingung** versteht man schlicht eine periodische Hin- und Herbewegung. Es gibt Schwingungen, die mit der Zeit schwächer werden (gedämpfte Schwingungen) und solche, die quasi für immer weiterschwingen. Im folgenden beschäftigen wir uns in erster Linie mit **ungedämpften harmonischen Schwingungen**. Doch bevor wir diese genauer betrachten, sollten wir noch einige Grundbegriffe klären. Dazu betrachten wir beispielhaft ein **Federschwerependel**:

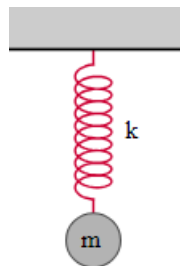


Abbildung 54: Das Federschwerependel [54]

Ein **Federschwerependel** besteht aus einer hängenden Feder, an die ein Massestück hängt. Lenkt man das Massestück etwas aus und lässt es los, so fängt es an nach oben und unten zu schwingen. Hier nun einige Grundbegriffe:

1. **Ruhelage** oder auch **Gleichgewichtslage**: Um diesen Punkt geht die Schwingung.
2. **Auslenkung** $s(t)$: Die Strecke s , die der Schwinger von der Ruhelage entfernt ist.
3. **Amplitude** $\hat{s}$: Die maximale Auslenkung einer Schwingung.
4. **Periodendauer** T oder auch **Schwingungsdauer** T : Die Zeit, in der ein Schwinger eine volle Schwingung vollführt hat, d.h. wieder in seiner Ausgangssituation vorliegt.
5. **Frequenz** f : Beschreibt anschaulich die Anzahl an Schwingungen innerhalb einer Sekunde. Es gilt $f = \frac{1}{T}$.
6. **Winkelgeschwindigkeit** ω oder auch **Kreisfrequenz** ω : Beschreibt anschaulich, welchen Winkel eine Kreisbewegung pro Sekunde überstreicht, gibt also eine Geschwindigkeit für das Überstreichen eines Winkels an. Es gilt $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$.
7. **Rückstellkraft** F_R : Diejenige Kraft, die immer in Richtung Ruhelage zeigt und den Schwinger zurück zu dieser beschleunigt.
8. **Gedämpfte Schwingung**: Schwingung mit zeitlich abnehmender Amplitude.

V.2. Harmonische Schwingungen

Eine Schwingung heißt genau dann **harmonisch**, wenn man die Bewegung mathematisch mit einem Sinus oder Cosinus beschreiben kann, also wenn gilt:

$$s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega t) \quad | \text{ Zeit-Weg-Gesetz}$$

Dabei gilt zudem der allgemeine Zusammenhang $a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{s}(t)$:

$$\begin{aligned} s(t) &= \hat{s} \cdot \sin(\omega t) \\ v(t) = \dot{s}(t) &= \underbrace{\hat{s}\omega}_{=\hat{v}} \cos(\omega t) \\ &= \hat{v} \cos(\omega t) \\ a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{s}(t) &= -\underbrace{\hat{v}\omega}_{=\hat{a}} \sin(\omega t) \\ &= -\hat{a} \sin(\omega t) \end{aligned}$$

mit der maximalen Geschwindigkeit $\hat{v} = \hat{s}\omega$ und der maximalen Beschleunigung $\hat{a} = \hat{v}\omega = \hat{s}\omega^2$.

Betrachtet man die Kraft, die den Schwinger zurück in die Ruhelage beschleunigt, d.h. die Rückstellkraft $F_R(t)$, so können wir diese auch mit der Grundgleichung der Mechanik $F = ma$ umschreiben:

$$\begin{aligned} F_R(t) &= m \cdot a(t) \\ &= m \cdot \ddot{s}(t) \\ &= m \cdot (-\hat{s}\omega^2 \sin(\omega t)) \\ &= -m\omega^2 \cdot \underbrace{\hat{s} \sin(\omega t)}_{=s(t)} \\ &= -m\omega \cdot s(t) \\ \Rightarrow F_R(t) &\sim s(t) \end{aligned}$$

Das bedeutet: Gilt $F_R \sim s$, d.h. ist die Rückstellkraft proportional zur Auslenkung, so ist die Schwingung harmonisch. Man spricht hierbei vom **linearen Kraftgesetz**.

Insgesamt gilt also:

$$\begin{aligned} \text{Schwingung ist harmonisch} &\Leftrightarrow s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega t) \\ &\Leftrightarrow F_R(t) \sim s(t) \end{aligned}$$

In der Anwendung bedeutet das in der Regel: Möchten wir untersuchen, ob eine Schwingung harmonisch ist, so müssen wir zeigen, dass das lineare Kraftgesetz gilt.

V.3. Das Federschwerependel

Im Folgenden wollen wir das Federschwerependel etwas genauer untersuchen und insbesondere der Frage nachgehen, ob es sich dabei um eine harmonische Schwingung handelt.

VI. Mechanische Wellen

VI.1. Grundbegriffe

Eine **mechanische Welle** ist im Grunde genommen nur eine Aneinanderreihung von harmonischen Schwingungen. Dabei werden harmonisch schwingende Systeme miteinander gekoppelt. Als Beispiel soll im folgenden eine Wasserwelle dienen:

Wir betrachten die Wasseroberfläche als gekoppelte Wassermoleküle (Kopplung beispielsweise über Wasserstoffbrücken). Regt man ein Wasserteilchen zum Schwingen an, so wird ein benachbartes Wasserteilchen auf Grund der Kopplung ebenfalls zum Schwingen angeregt - allerdings zeitlich etwas versetzt. So setzt sich eine harmonische Schwingung über das **Trägermedium** fort, man spricht hierbei dann von einer Welle.

Eine Welle, deren Trägerteilchen **senkrecht zur Ausbreitungsrichtung** ausgelenkt werden heißt **Transversalwelle**.

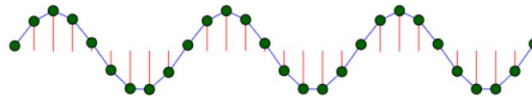


Abbildung 55: Darstellung einer Transversalwelle mit einzelnen Trägerteilchen. [55]

Eine Welle, deren Trägerteilchen **parallel zur Ausbreitungsrichtung** ausgelenkt werden heißt **Longitudinalwelle**. Ein Beispiel für eine solche Welle ist eine Schallwelle, bei der Luftteilchen gegeneinander schwingen.

VI.2. Ausbreitung mechanischer Wellen

VI.3. Die Wellengleichung

VI.4. Reflexion von Wellen

VI.5. Überlagerung von Wellen

VII. Weitere Experimente

VII.1. Das Michelson-Morley-Experiment

Seit Anfang des 19. Jahrhunderts ist bekannt, dass sich Licht als Welle beschreiben lässt. Da sich Wellen immer in einem Medium ausbreiten, wie etwa Wasserwellen in Wasser oder Schallwellen in Luft, dachte man lange, dass auch Licht ein solches Medium benötigen würde. Dieses unsichtbare Medium, das den Weltraum füllt, nannte man Äther. Auch die (bis heute anerkannte) Tatsache, dass Licht eine konstante und auch maximale Ausbreitungsgeschwindigkeit besitzt, war noch nicht bekannt.

Die Physiker Albert Abraham MICHELSON und Edward Williams MORLEY hatten sich deshalb 1887 zum Ziel gesetzt, die Geschwindigkeit der Erde in diesem Äther mit Hilfe von Lichtstrahlen zu messen. Dazu entwickelten sie die Idee des Interferometers, mit dem bereits kleinste Weglängenunterschiede gemessen werden kann.

VII.1.1. Grundidee des Versuchs

Die Idee des Versuchs bestand darin, die Geschwindigkeit von Licht in zwei verschiedenen Richtungen zu messen. Das Licht, welches sich in Richtung der Erdbewegung bewegt, müsste langsamer sein, als solches, das sich senkrecht dazu bewegt. Hierzu eine Erklärung, warum man ohne Kenntnis der konstanten Lichtgeschwindigkeit von einem solchen Fall ausgehen muss:

Der Aufbau des MICHELSON-MORLEY-Experiments besteht aus einem nach MICHELSON benannten Interferometer:

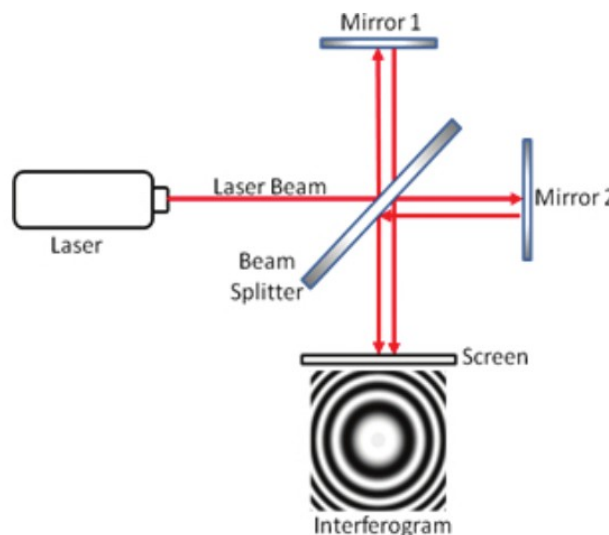


Abbildung 56: Das MICHELSON-Interferometer. [64]

Angenommen, die Erde bewege sich im Äther. Dann müssten Objekte, die sich in Bewegungsrichtung gleichförmig hin und zurück bewegen, mehr Zeit benötigen, als Objekte, die sich im 90°-Winkel zur Bewegungsrichtung der Erde hin und zurückbewegen. Betrachten wir dazu beide Fälle etwas genauer.

Fall 1: Licht bewegt sich in Bewegungsrichtung

Für die Bewegung in Flugrichtung hat das Licht wenn man so möchte „Rückenwind“ und bewegt sich mit der Geschwindigkeit $c_{\text{hin}} = c + w$. Für die Rückrichtung gilt dann entsprechend $c_{\text{hin}} = c - w$. Die gesamte Flugdauer beträgt dann mit $s_1 = \text{Länge einer Flugrichtung}$

$$\begin{aligned}
 t_{\text{Fall1}} &= t_{\text{hin}} + t_{\text{zurck}} \\
 &= \frac{s_1}{c + w} + \frac{s_1}{c - w} \\
 &= \frac{s_1 \cdot (c - w) + s_1 (c + w)}{(c + w) \cdot (c - w)} \\
 &= \frac{s_1 \cdot c - s_1 \cdot w + s_1 \cdot c + s_1 \cdot w}{(c + w) \cdot (c - w)} \quad | \text{ 3. binomische Formel} \\
 &= \frac{2s_1 c}{c^2 - w^2} \quad | c^2 \text{ ausklammern} \\
 &= \frac{2s_1 c}{c^2 \cdot \left(1 - \frac{w^2}{c^2}\right)} \\
 &= \frac{2s_1}{c \cdot \left(1 - \frac{w^2}{c^2}\right)}
 \end{aligned}$$

Fall 1: Licht bewegt sich senkrecht zur Bewegungsrichtung der Erde

Licht, dass sich senkrecht zur Bewegungsrichtung der Erde bewegt hat sozusagen sowohl für den Hin-, als auch für den Rückweg „Seitenwind“. Um nicht von der geraden Bewegungstrecke abzukommen, muss sich das Licht also quasi gegen den Wind bewegen. Über die Vektoraddition der Geschwindigkeiten erhalten wir die genaue Bewegungsrichtung:

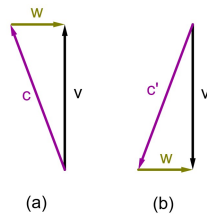


Abbildung 57: Das Vektoraddition der Geschwindigkeiten des Lichts.

(a) zeigt die Hinbewegung, (b) zeigt die Rückbewegung. [65]

Die beiden Dreiecke sind kongruent zueinander, das bedeutet, die Hin- und Rückgeschwindigkeit ist gleich groß. Mit dem Satz des Pythagoras erhalten wir die Geschwindigkeit $v = v' = \sqrt{c^2 - w^2}$. Damit können wir die Flugdauer bestimmen zu

$$\begin{aligned}
 t_{\text{Fall2}} &= t_{\text{hin}} + t_{\text{zurck}} \\
 &= 2 \cdot \frac{s_2}{\sqrt{c^2 - w^2}} \\
 &= \frac{2s_2}{c \cdot \sqrt{1 - \frac{w^2}{c^2}}}
 \end{aligned}$$

Vergleich der beiden Fälle

Vergleichen wir nun die beiden Bewegungen, so unterscheiden sich die beiden Zeiten für gleiche Weglängen $s_1 = s_2$ geringfügig (auf Grund des Wurzelterms):

$$\frac{2s_1}{c \cdot \left(1 - \frac{w^2}{c^2}\right)} \neq \frac{2s_2}{c \cdot \sqrt{1 - \frac{w^2}{c^2}}}$$

$$t_{Fall_1} \neq t_{Fall_2}$$

VII.1.2. Der Versuch

MICHELSON und MORLEY ließen die Lichtstrahlen mehrfach hin und her reflektieren, um einen längeren Lichtweg zu erhalten, da Licht eine sehr hohe Ausbreitungsgeschwindigkeit haben muss. Anschließend wurden beide Strahlen - also der Strahl in Bewegungsrichtung und der senkrecht dazu - in ein Mikroskop geleitet, in dem die Interferenz beobachtet werden konnte. Die Apparatur bauten sie auf eine große Steinplatte, die wiederum auf einem Quecksilbersee schwamm. Somit hatten sie einen erschütterungsfreien Versuchsaufbau, der zusätzlich in die Bewegungsrichtung der Erde drehbar gelagert war. Die folgende Abbildung zeigt eine Originalaufnahme dieses Versuchsaufbaus:

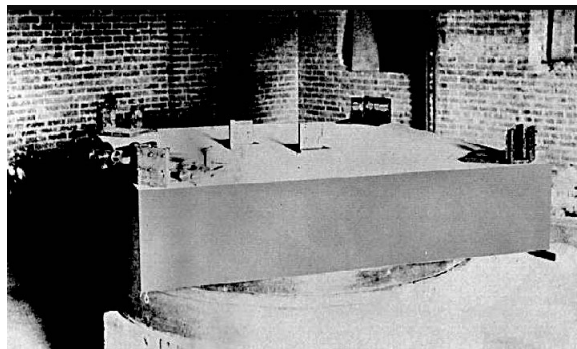


Abbildung 58: Die Versuchsanordnung auf einer in einem Quecksilbersee schwimmenden Steinplatte. [66]

Bei der Durchführung des Experiments erwarteten die beiden Physiker, dass man ein konstruktives Interferenzmuster vorfindet, wenn die beiden Lichtstrahlen gleich lange für ihre jeweiligen Bewegungen gebraucht haben. Und eben eine Änderung des Interferenzmusters, wenn die Zeiten unterschiedlich sind. Die obige Überlegung hat gezeigt, dass sie eine Änderung des Interferenzmusters erwarteten. So oft sie das Experiment allerdings durchgeführt haben - in die verschiedensten Richtungen gedreht - MICHELSON und MORLEY konnten keine Änderung des Interferenzmusters feststellen. Dies stand im Widerspruch ihrer Erwartungen, also musste an der grundlegenden Idee des Versuchs oder der Theorie etwas nicht stimmen.

Erst Albert EINSTEIN konnte 1905 durch seine Idee der konstanten Lichtgeschwindigkeit in allen Inertialsystemen Klarheit schaffen: Ein Äther existiert nicht und Licht hat eine konstante Ausbreitungsgeschwindigkeit, unabhängig davon, in welchem System man sich befindet.

VII.2. Der Millikan-Versuch

Der nach ROBERT ANDREWS MILLIKAN benannte MILLIKAN-Versuch ist ein historisch wichtiger Versuch zur experimentellen Bestimmung des Werts der Elementarladung e , der im Jahre 1910 durchgeführt wurde.

VII.2.1. Grundidee des Versuchs

Die zugrunde liegende Idee des Versuchs ist recht simpel: In einem elektrischen Feld werden geladene Teilchen der Ladung Q zum schweben gebracht, indem ein Kräftegleichgewicht aus Gewichtskraft F_G und elektrischer Feldkraft F_{el} erzeugt wird:

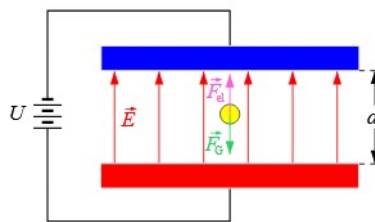


Abbildung 59: Idee des MILLIKAN-Versuchs [56]

VII.2.2. Genauere Betrachtung

Als geladene Teilchen werden im MILLIKAN-Versuch kleine Öltröpfchen verwendet, die durch einen Zerstäuber erzeugt werden. Durch Reibungselektrizität werden diese Öltröpfchen beim Zerstäuben elektrisch geladen.

Wir betrachten zunächst die auf ein Öltröpfchen der Ladung Q wirkende Kräfte **ohne** den Kondensator einzuschalten, d.h. ohne die elektrische Feldkraft.

Da die Tröpfchen sehr klein sind, darf man neben der immer wirkenden Gewichtskraft F_G wegen der Luftreibung die Auftriebskraft F_A (die der Gewichtskraft entgegengerichtet ist) nicht vernachlässigen. Diese ist im Vergleich zur Gewichtskraft zwar sehr klein (weshalb sie oftmals in Aufgaben auch vernachlässigt wird), zur möglichst genauen Bestimmung der Elementarladung jedoch nicht vernachlässigbar.

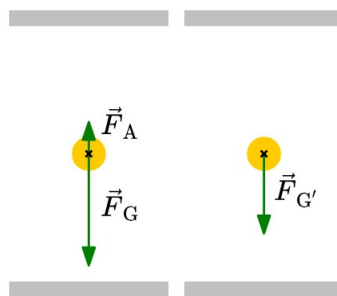


Abbildung 60: Die auf das Öltröpfchen wirkenden Kräfte F_g und F_A , die zu einer Gesamtkraft $F_{G'}$ zusammengefasst werden. [57]

Bestimmung der Gewichtskraft:

Auf das Öltröpfchen wirkt die Kraft $F_G = mg$. Da die Masse m des Öltröpfchen nicht ohne weiteres messbar ist, muss man über kleine Umwege darauf schließen. Für die bereits im Voraus bekannte Dichte $\varrho_{\text{Öl}}$ gilt

$$\varrho_{\text{Öl}} = \frac{m}{V}$$

Die Öltröpfchen liegen in guter Näherung als Kugel vor mit $V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3}\pi r^3$. Damit erhalten wir durch Auflösen nach m und einsetzen von V_{Kugel} :

$$m = \varrho_{\text{Öl}} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$$

Somit lautet der Term für die Gewichtskraft F_g , die auf das Öltröpfchen wirkt:

$$F_g = \varrho_{\text{Öl}} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot g$$

Die stets nach oben wirkende Auftriebskraft F_A erhält man über

$$\begin{aligned} F_A &= \varrho_{\text{Luft}} \cdot V \cdot g && \text{(Formel ohne Herleitung)} \\ &= \varrho_{\text{Luft}} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot g \end{aligned}$$

Die insgesamt auf das Öltröpfchen wirkende Kraft berechnet sich abschließend zu

$$\begin{aligned} F_{G'} &= F_G - F_A \\ &= \varrho_{\text{Öl}} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot g - \varrho_{\text{Luft}} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot g \\ &= (\varrho_{\text{Öl}} - \varrho_{\text{Luft}}) \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 g \end{aligned}$$

Kräftegleichgewicht im Schwebefall

Im Experiment befinden sich die Öltröpfchen im elektrischen Feld eines Kondensators und erfahren somit eine elektrische Feldkraft F_{el} . Ist diese Feldkraft der angepassten Gewichtskraft $F_{G'}$ entgegengerichtet und gleich groß, so befindet sich das Öltröpfchen in einem Kräftegleichgewicht und es schwebt im Zwischenraum des Kondensators. Es schwebt also, falls gilt:

$$F_{G'} = F_{el}$$

Aus dieser Gleichung kann nun die Ladung des Öltröpfchens bestimmt werden:

$$\begin{aligned} F_{G'} &= F_{el} \\ (\varrho_{\text{Öl}} - \varrho_{\text{Luft}}) \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 g &= q \cdot E \\ (\varrho_{\text{Öl}} - \varrho_{\text{Luft}}) \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 g &= q \cdot \frac{U}{d} \\ \Rightarrow q &= \frac{(\varrho_{\text{Öl}} - \varrho_{\text{Luft}}) \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot g \cdot d}{U} \end{aligned}$$

Die verschiedenen Dichten von Luft und Öl, sowie der Ortsfaktor g können einfach der Literatur entnommen werden. Die Spannung U und der Plattenabstand d können wir über unsere Apparatur einstellen - sind also ebenfalls bekannt. Nun gilt es letztlich noch den Kugelradius des Öltröpfchens r zu bestimmen. Dazu wird in der Versuchsanordnung ein Blickfenster mit einem Mikroskop genutzt, mit dem der Radius nun experimentell ermittelt werden kann.

Nun wird für jedes gemessene Öltröpfchen die Ladung q , die es trägt, bestimmt. Trägt man die jeweilige Ladung über den zugehörigen Öltröpfchenradius auf, so erhält man ein Messergebnis, wie es in Abb(61) dargestellt ist.

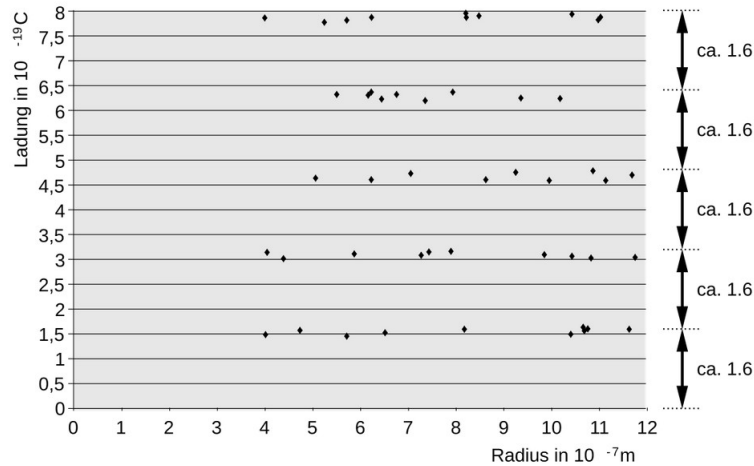


Abbildung 61: Öltröpfchenladung q über deren Radius r aufgetragen. [58]

Betrachtet man das Ergebnis, so fällt auf, dass die Ladungen der Öltröpfchen nicht nur irgendwie oder gar zufällig verteilt sind. Vielmehr wird klar, dass nur bestimmte Werte angenommen werden können. Das lässt den Schluss zu, dass die Ladung dieser Öltröpfchen ein Vielfaches einer ganz bestimmten Zahl sein muss - nämlich der **Elementarladung** e .

Betrachtet man das Ergebnis noch etwas genauer, stellt man fest, dass der Abstand in y -Richtung der einzelnen Ladungen immer $\text{ca. } 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ beträgt. Das bedeutet, die Öltröpfchenladung ist ein Vielfaches dieses Wertes. Somit ergibt sich die Elementarladung zu etwa $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. MILLIKAN selbst verbesserte die Genauigkeit des Wertes bis 1917 auf $e = 1,59 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Heutige Messmethoden können die Elementarladung auf ein Vielfaches genauer bestimmen:

$$e = 1,602176634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Im Folgenden noch einige Abbildungen zur Veranschaulichung der historischen Messapparatur:



Abbildung 62: V.l.n.r: Robert Andrews Millikan, sein Doktorand Harvey Fletcher, die Versuchsap-
paratur, Schematischer Aufbau [59]

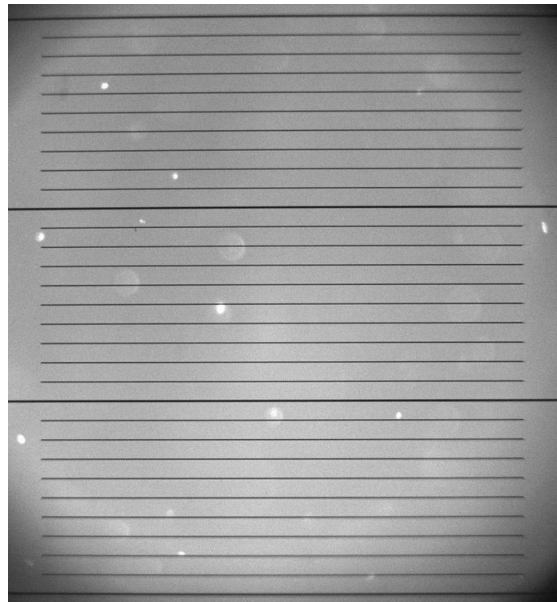


Abbildung 63: Aufnahme des Mikroskopbilds: Zu sehen sind helle Flecken - die Öltröpfchen. [60]

VII.3. Der Rutherfordsche Streuversuch

Bis 1911 gingen viele Physiker und Chemiker davon aus, dass das von Joseph John THOMSON vorgeschlagene Atommodell soweit Gültigkeit hat. Dieses besagte, dass ein Atom etwa eine Größe von etwa 10^{-10} m besitzt (was auch nach heutigen Erkenntnissen tatsächlich der Fall scheint). Jedoch ging THOMSON davon aus, dass das Atom komplett gefüllt ist und diese Füllung positiv geladen ist. Innerhalb des Atoms befinden sich an festen Plätzen und einigermaßen gleich verteilt negative Ladungen - sodass das Atom nach außen hin neutral ist. Man spricht in diesem Zusammenhang auch vom *Rosinenkuchen-Modell*. Abb(64) veranschaulicht dieses Modell.

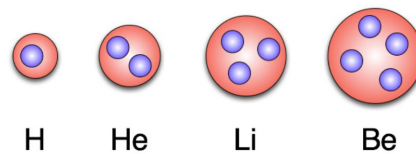


Abbildung 64: Die ersten vier Elemente im Rosinenkuchen-Modell nach THOMSON.

Dieses Modell war erstaunlich erfolgreich, da es viele Phänomene sehr gut erklären konnte. 1911 allerdings geriet diese Modellvorstellung (wortwörtlich) unter Beschuss. Ernest RUTHERFORD experimentierte zu dieser Zeit mit einer neuartigen Art von Strahlung: Alphastrahlung. Er kannte bis dahin viele wichtige Eigenschaften dieser Strahlungsart, insbesondere, dass es sich um Helium-Kerne handeln muss. Bei einigen Versuchen stießen seine Schüler Hans GEIGER und Ernest MARSDEN allerdings auf etwas ungewöhnliche Ergebnisse. Dies veranlasste RUTHERFORD dazu, weitere Untersuchungen durchzuführen.

VII.3.1. Das Experiment

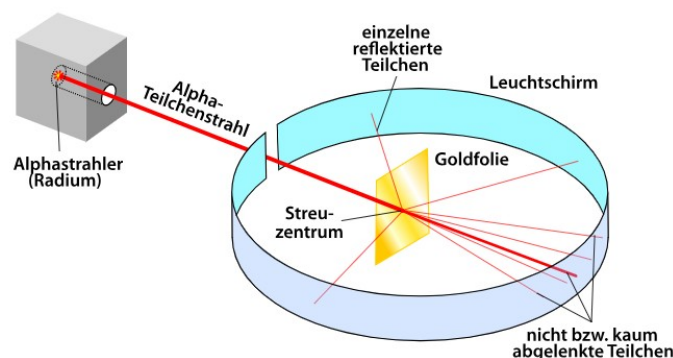


Abbildung 65: Der RUTHERFORDSche Streuversuch. [74]

Der Aufbau ist prinzipiell recht simpel: Eine dünne Goldfolie wird mit Alphateilchen beschossen. Um zu verstehen, wie die Folie die Teilchen streut (deshalb auch *Streuversuch*), wurde ein Leuchtschirm 360° um die Goldfolie angebracht, welche die gestreuten Helium-Kerne detektiert. Da alle beteiligten Experimentatoren vom THOMSONSchen Atommodell ausgingen, erwarteten sie, dass die allermeisten Helium-Kerne an der Goldfolie abprallen"müssen uns somit eine Häufung von Detektionen **vor** der Goldfolie auftreten muss.

Zu aller Erstaunen war genau das Gegenteil der Fall: Die allermeisten Detektionen wurden **hinter** der Goldfolie gemessen, was bedeuten musste, dass die Helium-Kerne quasi ungestört durch die Goldfolie hindurchfliegen konnten. Nur vereinzelte Detektionen konnten vor der Goldfolie registriert werden. RUTHERFORD schloss daraus, dass die THOMSONSche Vorstellung vom Aufbau eines Atoms falsch sein musste. Statt einer großen, positiven Masse vermutete RUTHERFORD nun einen sehr kleinen, positiv geladenen Kern. Die Atomhülle ist zum größten Teil leer und in ihr befinden sich bewegliche Elektronen. Alphateilchen flogen also zu allermeist durch leeren Raum und nur ganz vereinzelt kommt es zu Stößen mit dem Atomkern.

VII.3.2. Das Rutherfordsche Atommodell

- 1) Fast die gesamte Masse befindet sich in einem sehr kleinen Atomkern, der positiv geladen ist.
- 2) Die Atomhülle ist deutlich größer als der Atomkern und besteht aus leerem Raum.
- 3) Elektronen sind in der Atomhülle um den Atomkern verteilt.
- 4) Nach außen hin ist das Atom mit positivem Atomkern und umgeben von Elektronen neutral.

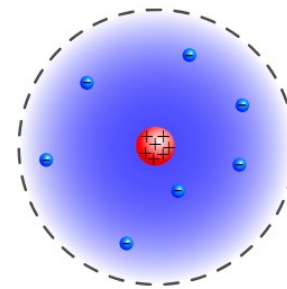


Abbildung 66: Das Atommodell nach RUTHERFORD. Beachte: In dieser Darstellung ist der Atomkern etwa um das 1000fache zu groß gezeichnet. [76]

VII.4. Der Franck-Hertz-Versuch

James FRANCK und Gustav HERTZ führten von 1911 bis 1914 einen Versuch durch, mit dem sie diskrete Energieniveaus in Atomen erstmals experimentell nachweisen konnten. Für diese Arbeit erhielten sie 1925 den Physik Nobelpreis.

VII.4.1. Grundidee des Versuchs

Die Idee des Versuchs beruht darauf, dass beschleunigte Elektronen mit anderen Atomen durch Stöße wechselwirken können. Bei einem solchen Stoß kann es unter bestimmten Voraussetzungen vorkommen, dass ein Elektron seine kinetische Energie an das gestoßene Atom abgibt und dieses dann anregt. Um genau diese Art von Stößen zu beobachten und nachzuweisen, erdachten sich die Experimentatoren einen nach ihnen benannten Versuchsaufbau: Den FRANCK-HERTZ-Versuch.

VII.4.2. Der Versuch

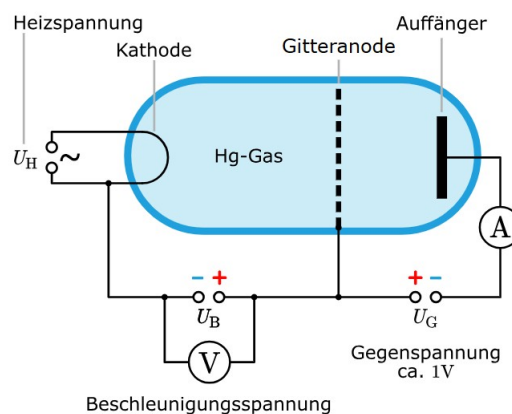


Abbildung 67: Schematischer Aufbau des FRANCK-HERTZ-Versuchs. [67]

Aufbau

Der Versuch besteht aus einer mit Quecksilber-Gas gefüllten Röhre, in der auf der einen Seite ein Heizdraht zur Emission von Elektronen (mittels glühelektrischem Effekt) und auf der anderen Seite ein Gitter vorhanden ist. Mit dem Heizdraht und dem Gitter wird anschließend ein elektrisches Feld aufgebaut, um die Elektronen mit einer Beschleunigungsspannung U_B zu beschleunigen. Hinter dem Gitter wird ein Auffänger installiert, der Elektronen auffängt und entsprechend über einen Auffängerstrom I_a detektieren kann. Zwischen Gitter und Auffänger wird allerdings eine Gegenspannung U_G aufgebaut, sodass nur diejenigen Elektronen aufgefangen werden, die auch das Gegenfeld passieren können. Dieser Teil des Aufbaus ähnelt sehr stark der Idee der Gegenfeldmethode in der Photozelle.

Durchführung

In der Röhre wird ein Druck von etwa 20 hPa aufgebaut. Dieser dient dazu, optimale Kollisionsbedingungen zwischen erzeugten Elektronen und den Hg-Atomen zu erhalten.

Nun regelt man langsam, aber gleichmäßig die Beschleunigungsspannung U_B hoch und beobachtet den Auffängerstrom I_a . Man erhält folgenden Kurvenverlauf für I_a :

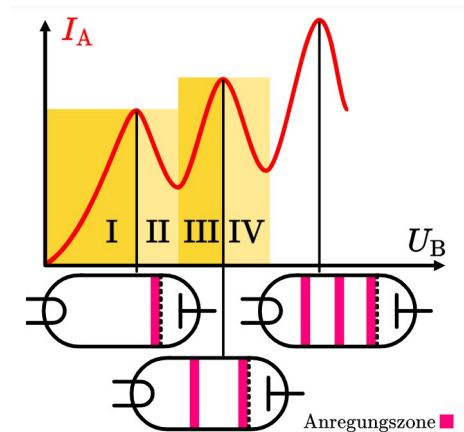


Abbildung 68: Stromverlauf des Auffängerstroms I_a . [68]

VII.4.3. Erklärung

Bereich I:

Die beschleunigten Elektronen erhalten mit stetig erhöhender Beschleunigungsspannung U_B immer mehr kinetische Energie. Dadurch erreichen sie das Gitter und können die Gegenspannung überwinden. Es wird also ein immer höherer Auffängerstrom I_a gemessen. Nun kann es aber zu Kollisionen zwischen den Elektronen und den Hg-Atomen kommen. Mit der kinetischen Energie dieser Elektronen in Bereich I stoßen sie über einen **elastischen Stoß**. Das bedeutet, dass die Elektronen praktisch keine Energie beim Stoß verlieren, so dass sie das Gegenfeld zumeist mühelos überwinden können.

Bereich II:

Sobald die Elektronen einen bestimmten Energiewert erreicht haben, stoßen sie nicht mehr inelastischen mit den Hg-Atomen, sondern **elastisch**. Das bedeutet, dass die Elektronen nun einen Teil ihrer Energie an das Hg-Atom abgeben. Dies liegt daran, dass die Elektronen genügend Energie inne haben, um das Hg-Atom anzuregen. Somit absorbiert das Hg-Atom beim Stoß einiges an Energie der Elektronen, weshalb diese nicht mehr genügend Energie besitzen, um das Gegenfeld passieren zu können. Nur noch solche Elektronen, die keine Stöße erfahren haben erreichen den Auffänger. Der Auffängerstrom verringert sich also.

Man erkennt auch, dass die gestoßenen Elektronen keine weitere Energie mehr aufnehmen - sonst würden sie das Gegenfeld ja passieren können und detektiert werden. Das bedeutet, dass die inelastischen Stöße unmittelbar vor dem Gitter stattfinden müssen (markiert also erste Anregungszone in der Abb(68)).

Bereich III:

Erhöht man die kinetische Energie der Elektronen weiter, so können solche Elektronen, die an Stößen beteiligt waren doch wieder detektiert werden. Die Anregungszone verschiebt demnach weg vom Gitter, sodass die Elektronen erneut beschleunigt werden können.

Bereich IV:

Wenn die Anregungszone bis ca. in die Mitte gewandert ist, können Elektronen nach einem Stoß wieder so viel Energie aufnehmen, dass sie unmittelbar vor dem Gitter erneut inelastisch stoßen. Sie geben erneut Energie ab, können also nicht mehr detektiert werden und die gestoßenen Hg-Atome werden energetisch angeregt.

Dieser Prozess beginnt dann wieder von vorne: Die beiden Anregungszonen verschieben sich so lange und bei geeigneten Energiewerten entsteht eine neue Anregungszone.

Versuchsauswertung

Die Hg-Atome absorbieren bei ihrer Anregung 4,9 eV an Energie. Fällt das angeregte Atom zurück in seinen Grundzustand, so emittiert es elektromagnetische Wellen mit dieser Energie. Diese Wellen liegen im UV-Spektrum und sind demnach mit bloßem Auge nicht erkennbar.

Moderne Varianten des Versuchs arbeiten mit Neongas anstelle von Quecksilbergas. Die Energie zur Anregung von Neon liegt bei etwa 18 eV. Wenn ein angeregtes Ne-Atom wieder in seinen Grundzustand fällt, geschieht dies über Zwischenzustände. Der erste Zwischenzustand ist etwa 2,5 eV niedriger, weshalb dadurch Photonen im orange-gelben Wellenlängenbereich emittiert werden. Die Abb(69) zeigt eine Aufnahme einer entsprechenden Emission in drei Anregungszonen.

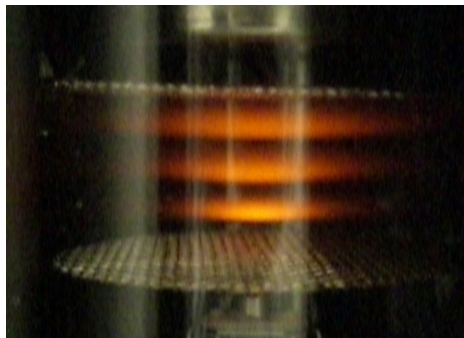


Abbildung 69: Drei Anregungszonen im FRANCK-HERTZ-Versuch. [69]

VII.4.4. Ergebnis

Der Versuch zeigt, dass Atome ganz spezielle Energiemengen absorbieren. Man spricht hierbei von **diskreten** Energiemengen. Das Hg-Atom hat also nur diskrete Energieniveaus, die spezielle Energiewerte aufzeigen. Alle anderen Energiemengen können das Atom nicht anregen. Diese Erkenntnis stützte das BOHRsche Atommodell, in dem sich Elektronen nur auf diskreten Energieniveaus um den Kern bewegen.

VII.5. Das Debye-Scherrer Verfahren

VII.5.1. Grundidee des Versuchs

Das DEBYE-SCHERRER Verfahren wird genutzt, um die Struktur von Kristallen zu ermitteln. Dabei wird die Tatsache ausgenutzt, dass Kristalle ein regelmäßiges Atomgitter besitzen und Röntgenstrahlung an diesem Gitter über BRAGG-Reflexion reflektiert werden. Man spricht bei einem solchen Verfahren auch von einer [Röntgenstrukturanalyse](#). Die Physiker Peter DEBYE und Paul SCHERRER führten dieses Verfahren in den Jahren 1916 und 1917 ein.

Ganz konkret wird mit dieser Methode der Netzebenenabstand d eines Kristallpulvers experimentell ermittelt. Solche Netzebenen treten in Kristallen auf Grund der geordneten Atomstruktur auf. Ein Beispiel solcher Ebenen ist in Abb(70) für einen NaCl-Kristall dargestellt. Der Netzebenenabstand d ist dann der geometrische Abstand (d.h. die kürzeste Strecke) zweier benachbarter Netzebenen. Kennt man den Netzebenenabstand kann man dann auf Grund der regelmäßigen Anordnung der Atome auf die komplette Kristallstruktur schließen. Das DEBYE-SCHERRER Verfahren kann diesen Abstand bestimmen, auch wenn der eigentliche Kristall in pulverform vorliegt - was die experimentelle Untersuchung verschiedener Kristalle deutlich erleichtert.

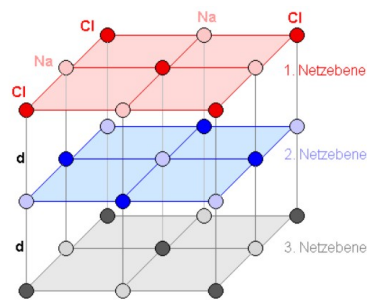


Abbildung 70: Netzebenen eines NaCl-Kristalls. Unter dem Netzebenenabstand versteht man den geometrischen Abstand zweier benachbarter Netzebenen. [61]

VII.5.2. Genauere Betrachtung

Die folgende Abb(71) zeigt den schematischen Versuchsaufbau des DEBYE-SCHERRER Verfahrens.

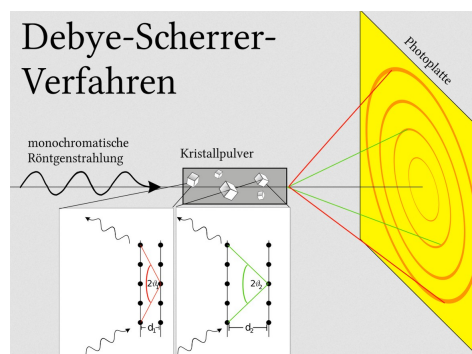


Abbildung 71: Schematischer Aufbau des Verfahrens. [62]

Monochromatische Röntgenstrahlung wird auf das Kristallpulver fokussiert. Die Strahlung trifft auf das Kristallgitter und es kommt zur BRAGG-Reflexion, bei der nur unter speziellen Winkeln ϑ konstruktive Verstärkung zu beobachten ist. Durch die unterschiedliche Anordnung des kristallinen Pulvers entsteht ein Kegel konstruktiver Interferenz mit dem Öffnungswinkel 4ϑ (da 2ϑ der halbe Öffnungswinkel ist, der Faktor 2 kommt von der BRAGG-Bedingung) und auf dem Schirm ist ein konzentrisches, kreisförmiges Interferenzmuster erkennbar. Die Abb(71) zeigt beispielhaft zweier solcher Kegel mit zwei unterschiedlichen Öffnungswinkeln ϑ_1 und ϑ_2 , die jeweils abhängig vom Netzebenenabstand d_1 und d_2 sind. Man erkennt hier schon: Je kleiner der Netzebenenabstand, desto größer der Ringradius r .

Mathematische Betrachtung

Die BRAGG-Bedingung lautet:

$$k \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin(\vartheta)$$

mit λ = Wellenlänge der Röntgenstrahlung, d = Netzebenenabstand, ϑ = Einfallswinkel der Röntgenstrahlung auf das Kristallgitter und k gibt die Ordnung des Interferenzmaximums an.

Betrachtet man den ersten Ring auf dem Schirm, d.h. das Interferenzmaximum erster Ordnung, so ist $k = 1$. Somit ergibt sich für den Netzebenenabstand

$$d = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin(\vartheta)}$$

Den noch unbekannten Winkel ϑ erhalten wir aus der Geometrie der Versuchsanordnung (typischerweise wird eine Beugungsröhre genutzt, die einen Halbkugelförmigen Schirm aufweist):

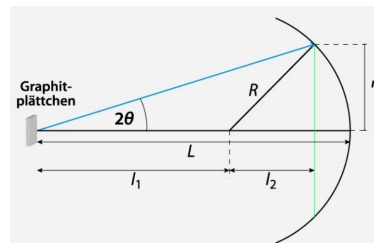


Abbildung 72: Die Versuchsanordnung im Falle einer Beugungsröhre. [63]

Aus der Geometrie erhalten wir

In der Regel nähert man $l_1 + l_2 \approx L$ an, da die Krümmung vernachlässigbar klein ist und die Größe L im Datenblatt der Apparatur angegeben ist. Somit vereinfacht sich die Beziehung zu

$$\begin{aligned} \tan(2\vartheta) &= \frac{r}{L} \\ \Rightarrow \vartheta &= \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{r}{L}\right) \end{aligned}$$

Setzt man diese Winkelbeziehung in die obige Gleichung zur Bestimmung des Netzebenenabstands ein, so erhält man schließlich

$$d = \frac{\lambda}{\sin\left(\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{r}{L}\right)\right)}$$

VII.6. Der Compton-Effekt

Arthur Holly COMPTON stellte 1922 fest, dass an einem Körper gestreute monochromatische Röntgenstrahlung je nach Streuwinkel manchmal eine höhere Wellenlänge aufweist, als die ursprüngliche Strahlung. Das bedeutet, dass unter bestimmten Umständen Energie der Röntgenstrahlung verloren gehen muss (da bei größerer Wellenlänge die Frequenz und somit die Energie wegen $E = hf$ geringer wird).

VII.6.1. Versuchsaufbau

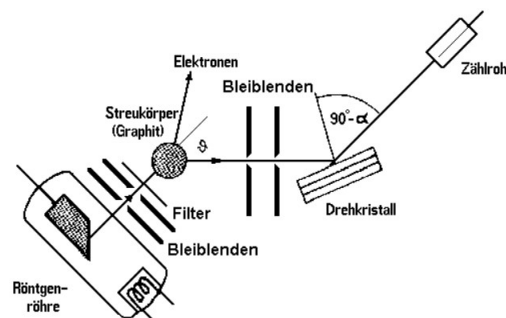


Abbildung 73: Schematischer Aufbau des von COMPTON genutzten Aufbaus. [70]

In einer Röntgenröhre wird Röntgenbremsstrahlung erzeugt und mittels eines Filtes auf eine Wellenlänge reduziert. Anschließend wird die (nun monochromatische) Röntgenstrahlung auf einen Streukörper fokussiert. Mit Hilfe eines Drehkristalls und der BRAGG-Bedingung wird anschließend die detektierte Strahlung untersucht.

VII.6.2. Beobachtung

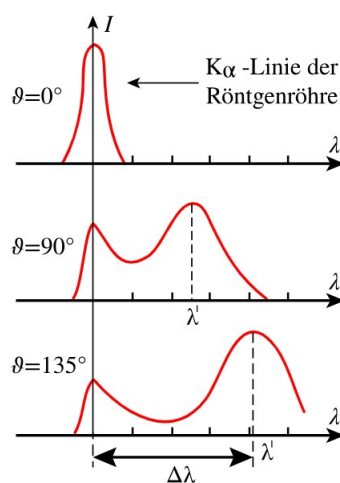


Abbildung 74: Winkelabhängiges Ergebnis der Intensitätsmessung in Abhängigkeit von der Wellenlänge. [72]

Bei einem Streuwinkel von $\vartheta = 0^\circ$, d.h. bei keiner Ablenkung, misst man einen Intensitätspeak bei der charakteristischen Wellenlänge der Röntgenröhre. Das bedeutet, dass nur Photonen detektiert wurden, die **keinen** Stoß erfahren haben (deshalb auch kein Streuwinkel). Diese Photonen besitzen noch ihre volle Energie. Erhöht man allerdings den Streuwinkel auf beispielsweise $\vartheta = 90^\circ$, so beobachtet man neben dem Peak der ursprünglichen Wellenlänge auch einen neuen Peak mit längerer Wellenlänge λ' . Der erste Peak rührt daher, dass auch elastische Stöße mit einem weiter im Inneren des Atoms gebundenen Elektron stattfinden kann, bei dem das Photon allerdings nur seine Richtung ändert (nämlich in eben diese gemessene Streurichtung) und keine Energie an das Elektron abgibt. Zusätzlich gibt es aber nun den Fall, dass die Photonen mit einem Elektron der äußeren Schale kollidieren, bei dem es möglich ist, dass das Elektron einen Teil der Energie des Photons aufnimmt. Somit hat die dadurch gestreute Strahlung weniger Energie und wegen $E = hf = h \cdot \frac{c}{\lambda}$ eine längere Wellenlänge. Bei größeren Streuwinkeln erhöht sich die neue Wellenlänge, was den Schluss zulässt, dass bei der neuen Wellenlänge λ' eine Winkelabhängigkeit vorhanden ist. Betrachtet man dieses Phänomen genauer, so findet man folgenden Zusammenhang (ohne Herleitung):

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_{0,e} \cdot c} \cdot (1 - \cos(\vartheta))$$

mit $m_{0,e}$ = relativistische Ruhemasse des Elektrons, ϑ = Streuwinkel und c = Lichtgeschwindigkeit. Oftmals findet man in der Literatur die folgende Darstellung:

$$\begin{aligned} \lambda' &= \lambda + \frac{h}{m_{0,e} \cdot c} \cdot (1 - \cos(\vartheta)) \\ &= \lambda + \lambda_C \cdot (1 - \cos(\vartheta)) \quad | - \lambda \\ \lambda' - \lambda &= \lambda_C \cdot (1 - \cos(\vartheta)) \\ \Delta\lambda &= \lambda_C \cdot (1 - \cos(\vartheta)) \end{aligned}$$

mit $\lambda_C = \frac{h}{m_{0,e}} = 2,4263 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ = COMPTON-Wellenlänge.

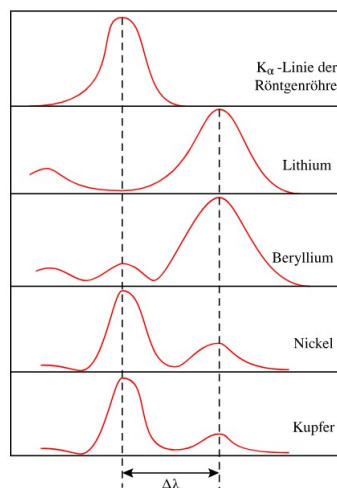


Abbildung 75: Verschiedene Anodenmaterialien im COMPTON-Versuch [73]

Nutzt man verschiedene Materialien des Streukörpers wie in Abb(75) dargestellt, so stellt man fest, dass der Wellenlängenunterschied $\Delta\lambda$ vom Material unabhängig ist. Außerdem sieht man, dass der Verlust des Anteils an gestreuter Strahlung der Wellenlänge λ - also der Strahlung, die keine Energie verloren hat - mit Materialien des Streukörpers mit höherer Ordnungszahl deutlich abnimmt.

Quellen- und Literaturverzeichnis

- [1] <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fields-of-point-charges2.svg> 26.10.2023
- [2] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:VFpt_charges_plus_minus.svg 27.10.2023
- [3] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:VFpt_charges_plus_plus.svg 27.10.2023
- [4] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:VFpt_capacitor_mod.svg 27.10.2023
- [5] <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Electric-field-lines.svg> 27.10.2023
- [6] Dorn Bader Physik Gesamtband SII Gymnasium Baden-Württemberg, Westermann Bildungsmultimedia Verlag GmbH, Druck A / Jahr 2023, ISBN 978-3-14-152376-8, S.126
- [7] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:VFpt_image_charge_plane_horizontal.svg 27.10.2023
- [8] <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Electric-peak-field2.svg> 27.10.2023
- [9] Dorn Bader Physik Gesamtband SII Gymnasium Baden-Württemberg, Westermann Bildungsmultimedia Verlag GmbH, Druck A / Jahr 2023, ISBN 978-3-14-152376-8, S.127
- [10] <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Charge-redistribution-on-metal-surfaces.svg> 27.10.2023
- [11] <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Conductor-electric-field-compensation.svg> 27.10.2023
- [12] <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Coulombs-law-two-charges.svg> 25.10.2023
- [13] <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Coulombs-law-three-charges-v2.svg> 26.10.2023
- [14] Adaptiert von <https://www.grund-wissen.de/physik/elektrizitaet-und-magnetismus/elektrische-felder.html> 04.11.2023
- [15] commons.wikimedia.org/wiki/File:Parallel-plate-capacitor-with-field-overlay.jpg 04.11.2023
- [16] Adaptiert von <https://www.elektroniktutor.de/elektrophysik/efeld.html> 04.11.2023
- [17] Adaptiert von <https://www.elektroniktutor.de/elektrophysik/efeld.html> 04.11.2023
- [18] <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Capacitor-with-and-without-dielectricum.svg> 05.11.2023
- [19] <https://physikunterricht-online.de/jahrgang-11/dielektrikum/> 05.11.2023
- [20] <https://www.leifiphysik.de/elektrizitaetslehre/ladungen-elektrisches-feld/ausblick/flaechenladungsdichte> 04.11.2023
- [21] <https://www.leifiphysik.de/elektrizitaetslehre/kondensator-kapazitaet/ausblick/aufladen-eines-kondensators-theorie> 28.11.2023
- [22] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kondensator_C1_plus_C2.svg 04.11.2023
- [23] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kondensator_C1_C2_Reihe.svg 04.11.2023
- [24] Adaptiert von <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Electric-work-diagram.svg> 17.11.2023

- [25] Adaptiert von https://physik.osz-biv.de/GK/ph-2_2015/dielektrikum.php 17.11.2023
- [26] https://www.schule-bw.de/faecher-und-schularten/mathematisch-naturwissenschaftliche-fachphysik/unterrichtsmaterialien/e_lehre_2/teilchenfeld/senkr_wurf_laengsfeld.htm 28.11.2023
- [27] <https://www.leifiphysik.de/elektrizitaetslehre/bewegte-ladungen-feldern/aufgabe/ionen-im-elektrischen-querfeld-abitur-1992-gk-a1-1> 28.11.2023
- [28] https://www.desy.de/sites2009/site_www-desy/content/e219828/e245574/e245580/e245593/e279791/infoboxContent279792/BraunscheRhreLaborbuch07-2018_ZumUploadaufWebsiten_ger.pdf 08.12.2023
- [29] <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/3791> 05.12.2023
- [30] <https://www.grund-wissen.de/physik/elektrizitaet-und-magnetismus/magnetismus.html> 05.12.2023
- [31] <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/3791> 05.12.2023
- [32] <https://www.matheundphysik.de/index.php?zielthema=physikq2> 05.12.2023
- [33] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:VFpt_cylindrical_tightly-wound_coil-and-bar-magnet-comparison_stacked.svg 11.12.2023
- [34] <https://www.ulfkonrad.de/physik/12-13/1-semester/magnetfeld-lange-spule> 05.12.2023
- [35] <https://www.matheundphysik.de/index.php?zielthema=physikq2> 05.12.2023
- [36] <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Magnetic-force-on-wire-with-electrons.svg> 23.01.2024
- [37] <https://physikunterricht-online.de/jahrgang-11/lorentzkraft/> 23.01.2024
- [38] <https://www.leifiphysik.de/elektrizitaetslehre/kraft-auf-stromleiter-e-motor/grundwissen/lorentz-kraft> 23.01.2024
- [39] <https://www.leifiphysik.de/elektrizitaetslehre/bewegte-ladungen-feldern/aufgabe/hall-effekt-abitur-1993-gk-a1-2> 24.01.2024
- [40] https://www.schule-bw.de/faecher-und-schularten/mathematisch-naturwissenschaftliche-fachphysik/unterrichtsmaterialien/e_lehre_2/teilchenfeld/geschwelektronen.htm 24.01.2024
- [41] <https://www.ulfkonrad.de/physik/12-13/1-semester/magnetfeld-lange-spule> 24.01.2024
- [42] <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Circular-path-of-a-proton-in-a-homogeneous-magnetic-field.svg> 12.03.2024
- [43] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Geschwindigkeitsfilter_nach_Wien.svg 12.03.2024
- [44] <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Mass-spectrograph.svg> 12.03.2024
- [45] <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Induction-by-motion-voltage.svg> 13.03.2024
- [46] https://www.professorglasmachers.de/fe_sm_magnetische-flussdichte/ 13.03.2024

- [47] <https://lx3.mint-kolleg.kit.edu/onlinekursphysik/html/1.5.2/xcontent3.html>
13.03.2024
- [48] <https://www.leifiphysik.de/elektrizitaetslehre/induktion-und-transformator/versuche/generator-simulation> 14.03.2024
- [49] https://www.schule-bw.de/faecher-und-schularten/mathematisch-naturwissenschaftliche-fachphysik/unterrichtsmaterialien/e_lehre_2/lenz/lenzregel.htm 21.03.2024
- [50] <https://docplayer.org/22563699-4-induktion-worum-geht-es-ein-ein-veraenderliches-magnetfeld.html> 21.03.2024
- [51] https://www.isb.bayern.de/fileadmin/user_upload/Realschule/Leistungserhebungen/Abschlusspruefung/Physik/2010/_ht.pdf, Abschlussprüfung
2010 an den Realschulen Bayerns, Physik, 21.03.2024
- [52] https://www.schule-bw.de/faecher-und-schularten/mathematisch-naturwissenschaftliche-fachphysik/unterrichtsmaterialien/e_lehre_2/selbstinduktion/selbstind_ein.htm
29.03.2024
- [53] https://uranmaschine.de/43470.Selbstinduktion_Ein-_und_Ausschalten_einer_Spule/ 29.03.2024
- [54] <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/fc/Single-vertical-mass-on-spring.svg> 11.06.2024
- [55] <https://physikbuch.schule/wave-formation.html> 01.10.2024
- [56] <https://www.leifiphysik.de/elektrizitaetslehre/ladungen-elektrisches-feld/aufgabe/schwebendes-oeltroepfchen> 12.03.2025
- [57] <https://www.leifiphysik.de/elektrizitaetslehre/ladungen-elektrisches-feld/versuche/millikan-versuch-schwebemethode-simulation> 12.03.2025
- [58] <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Millikan-experiment-result-chart.svg>
18.03.2025
- [59] <https://gpr.physik.hu-berlin.de/Aktuelles/E13%20Millikan-Versuch.pdf> 18.03.2025
<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Millikan-experiment-result-chart.svg>
18.03.2025
- [60] https://de.wikipedia.org/wiki/Millikan-Versuch#/media/Datei:Millikan_oil_drops.jpg 18.03.2025
- [61] https://www.schule-bw.de/faecher-und-schularten/mathematisch-naturwissenschaftliche-fachphysik/unterrichtsmaterialien/atomphysik/experimente/roentgenstrahlen_bragg_9.gif 19.03.2025
- [62] https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/fa/Debye_scherrer_verfahren.svg/1280px-Debye_scherrer_verfahren.svg.png 19.03.2025
- [63] <https://virtuelle-experimente.de/en/elektronenbeugung/uebungen/aufgabe2.php>
20.03.2025
- [64] <https://physicsopenlab.org/2020/05/16/michelson-morley-interferometer/>
21.03.2025
- [65] <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b3/Mm-velocity-add.svg>
21.03.2025

- [66] https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f4/Michelson_morley_experiment_1887.jpg 21.03.2025
- [67] <https://www.leifiphysik.de/atomphysik/atomarer-energieaustausch/versuche/franck-hertz-versuch-mit-hg> 24.03.2025
- [68] <https://www.leifiphysik.de/atomphysik/atomarer-energieaustausch/versuche/franck-hertz-versuch-mit-hg> 25.03.2025
- [69] <https://www.cosmos-indirekt.de/Physik-Schule/Datei:Frack-Hertz-Neon-3.png> 25.03.2025
- [70] https://www.leifiphysik.de/sites/default/files/images/846110b9b3f6be68bb8e844c28fd739a/0compton_effekt_anordnung_bild_1.gif 25.03.2025
- [71] <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-photon/grundwissen/compton-effekt> 25.03.2025
- [72] <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-photon/grundwissen/compton-effekt> 25.03.2025
- [73] <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-photon/grundwissen/compton-effekt> 25.03.2025
- [74] <https://www.leifiphysik.de/atomphysik/atomaufbau/grundwissen/streuversuch-und-atommodell-von-rutherford> 25.03.2025
- [75] <https://www.u-helmich.de/che/0809/03-atombau/atombau02.html> 27.03.2025
- [76] <https://www.leifiphysik.de/atomphysik/atomaufbau/grundwissen/streuversuch-und-atommodell-von-rutherford> 28.03.2025